Masarykova univerzita

Jednota českých matematiků a fyziků, pobočný spolek Brno

Vysoká škola DTI

Informačná spoločnosť pre výchovu a vzdelávanie

13. mezinárodní vědecká konference
Didaktická konference 2019

MASARYKOVA
UNIVERZITA

Masarykova univerzita
Pedagogická fakulta
Katedra fyziky, chemie a odborného vzdělávání
Katedra matematiky

Jednota českých matematiků a fyziků, pobočný spolek Brno

Vysoká škola DTI

Informačná spoločnosť pre výchovu a vzdelávanie

13. mezinárodní vědecká konference Didaktická konference 2019

13th International Scientific Conference Didactic Conference 2019

Sborník příspěvků

13. června 2019
Brno, Česká republika

Editoři: PhDr. Jan Válek, Ph.D., Ing. Peter Marinič, Ph.D.

Recenzovali:

doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc.
doc. PaedDr. Tomáš Lengyelfalusy, PhD.
doc. RNDr. Petr Sládek, CSc.

© 2019 Masarykova univerzita

ISBN 978-80-210-9435-2

Pořadatelé konference:

Katedra matematiky PedF MU Brno, CZ
Katedra fyziky, chemie a odborného vzdělávání PedF MU Brno, CZ
Jednota českých matematiků a fyziků, pobočný spolek Brno, CZ
Vysoká škola DTI, Dubnica nad Váhom, SK
Informačná spoločnosť pre výchovu a vzdelávanie, člen Zväzu slovenských vedeckotechnických spoločnosti, SK

Vědecký výbor konference:

doc. RNDr. Jaromír Baštinec, CSc.	FEKT VUT Brno, CZ
doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc.	PdF MU Brno, CZ
Mgr. Irena Budínová, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
Mgr. Helena Durnová, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
doc. PaedDr. Mgr. Gabriela Gabrhelová, PhD.	VŠ DTI Dubnica nad Váhom, SK
doc. PaedDr. Ing. Roman Hrmo, PhD.	VŠ DTI Dubnica nad Váhom, SK
Prof. PhDr. Mgr. Tomáš Janík, Ph.D., M.Ed.	PdF MU Brno, CZ
doc. PaedDr. Ing. Daniel Lajčin, PhD.	VŠ DTI Dubnica nad Váhom, SK
doc. PaedDr. Tomáš Lengyelfalusy, PhD.	VŠ DTI Dubnica nad Váhom, SK
Mgr. Tomáš Miléř, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
doc. RNDr. Petr Sládek, CSc.	PdF MU Brno, CZ
PhDr. Jan Válek, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ

Organizační výbor konference:

doc. RNDr. Jaromír Baštinec, CSc.	FEKT VUT Brno, CZ
RNDr. Anna Bayerová, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
Ing. Alexander Bilčík, PhD.	VŠ DTI Dubnica nad Váhom, SK
Ing. Lucia Krištofiaková, PhD.	VŠ DTI Dubnica nad Váhom, SK
Ing. Peter Marinič, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
Mgr. Eva Nováková, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
Mgr. Lenka Pavlíčková, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
Mgr. Lukáš Pawera	PdF MU Brno, CZ
Mgr. Pavel Pecina, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
PaedDr. Marcela Pjatková	VŠ DTI Dubnica nad Váhom, SK
Ing. Bc. Nikola Straková	PdF MU Brno, DTI, CZ
Mgr. Jiří Šibor, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
JUDr. Mgr. Ing. Kateřina Šmejkalová	PdF MU Brno, CZ
PhDr. Jan Válek, Ph.D.	PdF MU Brno, CZ
Mgr. Andrej Vanko	VŠ DTI Dubnica nad Váhom, SK

Místo konání:

Pedagogická fakulta, Masarykova univerzita,
Katedra fyziky, chemie a odborného vzdělávání
Poříčí 7/9
603 00 Brno

Datum konání:

13. června 2019

Za jazykovou a věcnou správnost příspěvků odpovídají jednotliví autoři.

Seznam příspěvků

Úvodní slovo

Didaktiky matematiky, přírodních věd a odborného vzdělávání představují významnou oblast ve vzdělávacím procesu. Jejich význam v čase narůstá a vzhledem k výsledkům měření různých oblastí gramotností žáků se lze domnívat, že tomu nebude jinak ani v budoucnu.

Mezinárodní konference zaměřená na problematiku didaktiky, organizována Pedagogickou fakultou Masarykovy univerzity, Vysokou školou DTI, Jednotou českých matematiků a fyziků, pobočný spolek Brno a Informační společností pro výchovu a vzdělávání, členem Svazu slovenských vědeckotechnických společností, tak představuje významnou platformu pro sdílení a rozvíjení dané oblasti společných zájmů odborníků. Sborník z této konference tak přináší pohled na teoretické i praktické problémy ve vzdělávání, se zaměřením na oblast didaktiky uvedených vědních oborů a umožňuje sdílení dobré praxe.

Konference navazuje na dlouholetou praxi pořádání konferencí v dané problematice, čemu nasvědčuje již 13. ročník této akce. Jsme přesvědčení, že konference navazuje na úspěšnou tradici mezinárodní výměny zkušeností a poznatků. Přispívá tak k rozvoji poznání v oblasti didaktiky a vzdělávání a otevírá prostor pro další diskuse a aktivity prospívající a rozvíjející danou problematiku.

Za organizátory bychom chtěli poděkovat všem autorům recenzovaných příspěvků za jejich aktivní participaci na konferenci a také poděkovat všem účastníkům, kteří svou osobní účasti a pohotovými reakcemi přispěli k úspěšnosti konference.

Za účast vám všem tedy srdečně děkujeme a těšíme se na rozvíjející se a vzájemně obohacující spolupráci v budoucnosti. Třeba i na dalším ročníku této mezinárodní konference.

Organizační tým

Illustrating mathematics in the making through history: Creating inquiry-reflective learning environment in mathematics

Plenary lecture

Tinne Hoff KJELDSEN

University of Copenhagen, Denmark

Abstract

In this talk we will explore how we through history can invite students into the "lab" of mathematics where mathematical knowledge is created. We will address questions such as: How can students be brought in contact with mathematical research? How can they obtain insights into how mathematics is generated and developed? How can they come to identify and reflect upon activities that mathematicians engage in while conducting research? We use the term inquiry-reflective learning environment to designate a learning environment that provides opportunities for students to gain such kinds of insights, and we will illustrate how such learning environments can be established through history and working with original sources. Two examples from tertiary and secondary education respectively will be used as concrete examples: (1) Experiences from the mathematics program at Roskilde University in Denmark with problem-oriented project learning and (2) and experimental course on the history of the function concept that was taught over a couple of weeks in an ordinary Danish high school.

School cheating from the pupils´point of view – a pilot research

Školské podvádzanie z pohľadu žiakov – pilotné šetrenie

Ján BAJTOŠ, Jana HANULIAKOVÁ

Abstract

In the contribution, the authors deal with the issue of cheating pupils at schools. Cheating is an unacceptable phenomenon in schools, but despite this, he is not given enough seriousness. Contributors attempt to contribute to addressing this issue by identifying views and attitudes of pupils and teachers on school fraud. They present the basic ideas of a research project on creating a questionnaire for pupils as a primary research tool. The contribution reveals the results of a pilot research, which will be followed by the research of school cheating covered by the KEGA grant agency in the Slovak Republic.

Key words

school cheating; research project; questionnaire; pupils of secondary schools

Abstrakt

V príspevku sa autori zaoberajú problematikou podvádzania žiakov na školách. Podvádzanie je neprijateľný jav, napriek tomu sa mu však neprikladá dostatočná vážnosť. Autori sa snažia prispieť k riešeniu tejto otázky identifikáciou názorov a postojov žiakov k školskému podvádzaniu. Predstavujú základné myšlienky výskumného projektu, tiež tvorbu dotazníka pre žiakov ako primárneho výskumného nástroja. Príspevok približuje výsledky pilotného výskumného šetrenia, po ktorom bude nasledovať výskum zameraný na školské podvádzanie zastrešený grantovou agentúrou KEGA v Slovenskej republike.

Kľúčové slová

školské podvádzanie; výskumný projekt; dotazník; žiaci stredných škôl

Úvod

Žiaci v našich školách veľmi často prichádzajú na skutočnosť, že sa v škole učia nepodstatné učivo a vykonávajú mnoho činností, ktoré im nedávajú žiaden zmysel. Nevidia prepojenie medzi školskými úlohami a reálnym životom. Žiaci by si v škole mali v prvom rade rozvíjať svoje psychologické kapacity, či sociálne učenie a mali by si tiež osvojovať len také učivo, ktoré bude využiteľné v ich budúcom živote. Hlavným dôvodom prečo sa žiaci učia je potom len získanie dobrej známky a toto sa stalo hlavnou motiváciou, že sa učivo pred skúšaním naučia, ale zároveň vedia, že po skúške učivo skoro zabudnú. Preto sa im javí ako rozumná a pochopiteľná vec, že pri skúšaní podvádzajú a týmto spôsobom získajú dobré známky. Škola sa tak stala miestom, ktoré vytvorilo pre podvádzanie takmer dokonalé podmienky (Gray, 2013).

Metodika výskumného pilotného šetrenia

Riešenie výskumného projektu KEGA č.001DTI-4/2018 „School cheating as a problematic aspect of educational process assessment of the results at secondary schools“ (autori článku sú členmi riešiteľského tímu uvedeného projektu) predpokladá prípravu validných a reliabilných výskumných nástrojov. V rámci tohto projektu uvažujeme o dotazníku pre učiteľov a dotazníku pre žiakov ako primárnych výskumných nástrojoch. V predkladanej štúdii sa budeme zaoberať prípravou, realizáciou a hodnotením pilotáže výskumného nástroja pre poznanie názorov a postojov žiakov. Získané výsledky, postrehy a pripomienky žiakov majú prispieť k úpravám dotazníka, ktorých cieľom bolo zabezpečiť čo najvyšší stupeň zrozumiteľnosti jednotlivých položiek. Vyhodnotením takto získaných údajov sme si zároveň overili možnosti štatistického spracovania dát. Naše výskumné zisťovania názorov a postojov žiakov k školskému podvádzaniu sme rozdelili do niekoľkých oblastí, t.j. podľa spôsobov (metód) podvádzania, podľa motívov podvádzania, podľa motívov prečo nepodvádzať, podľa reakcií žiakov pristihnutých pri podvádzaní, podľa reakcií učiteľov pri odhalení podvádzania, podľa odhadovanej frekvencie podvádzania a podľa postojov žiakov k podvádzaniu spolužiakov.

Cieľ pilotného výskumného šetrenia

Hlavným cieľom pilotného výskumného šetrenia primárne bolo pilotovať nami navrhnutý dotazník pre žiakov a zároveň zistiť, ako je vnímané školské podvádzanie z pohľadu žiakov.

Výberová vzorka pilotného výskumného šetrenia a organizácia

Výskumnú pilotnú vzorku predstavuje skupina žiakov stredných škôl v lokalite mesta Košice. Do pilotního výzkumného šetrenia sa zapojilo spolu 52 žiakov, z toho 26 chlapcov (50,00 %) a 26 dievčat (50,00 %). Pilotné výskumné šetrenie sme realizovali v mesiaci december 2018 a v mesiaci január 2019 sme spracovávali a vyhodnocovali získané výsledky.

Zostavili sme anonymný dotazník pre žiakov, ktorý obsahoval 12 uzavretých položiek. Tri položky zisťovali faktografické údaje respondentov potrebné k spracovaniu a k vyhodnoteniu dotazníka. Ostatné položky (celkom 9 položiek) boli položky polytomické (multipl-choice). Položkami č. 4, č. 5 a č. 12 sme zisťovali názory respondentov na školské podvádzanie. Aký spôsob využívajú žiaci pri podvádzaní sa zaoberali položky č. 6 a č. 7. Motívmi žiakov podvádzať a nepodvádzať (byť pri skúškach čestným) v škole sa zaoberali položky č. 8 a č. 9. Reakcie učiteľa pri školskom podvádzaní zaznamenala položka č. 11. Položka č. 10 zisťuje, aké sú pocity žiaka pri odhalení podvádzania.

Čiastkové výsledky a diskusia

Prezentované čiastkové výsledky výskumného šetrenia budú, v súlade s cieľmi výskumného pilotného šetrenia, primárne orientované na skvalitnenie výskumného nástroja, t.j. dotazníka pre žiakov a sekundárne na poznanie postojov a názorov vzorky žiakov na vybrané fenomény týkajúce sa školského podvádzania (vzhľadom na limitovaný rozsah príspevku sa budeme zaoberať len zistenými výsledkami vo vzťahu k používaným metódam školského podvádzania). Z toho dôvodu nebudú výsledky podrobené detailnej analýze vybraných fenoménov školského podvádzania. Detailnou analýzou sa bude zaoberať následný výskum v rámci spomenutého projektu KEGA.

Metódami (spôsobmi) podvádzania sme sa zaoberali v nasledujúcej položke dotazníka v znení: *„Ak pri skúšaní podvádzate, aký spôsob podvádzania preferujete ? Pri každom spôsobe podvádzania môžete označiť len jednu možnosť frekvencie výskytu*“. Respondenti mali možnosť priradiť k vybraným motívom ich význam na stupnici od 1 do 5. Pričom: 5 = takmer vždy, 4 = často, 3 = občas, 2 = zriedka, 1 = nikdy. Následne sme vypočítali vážený aritmetický priemer pre jednotlivé spôsoby podvádzania. Vyhodnocovanie pomocou frekvencie nám umožnilo porovnávať jednotlivé hodnoty medzi sebou navzájom a určiť poradie používaných metód školského podvádzania.

Tab. č.1: Spôsoby (metódy) školského podvádzania

	Spôsob podvádzania	Dievčatá	Chlapci	Váž. arit. priemer celkom
1.	Vlastný ťahák	3,38	3,46	3,42
2.	Požiadanie o našepkanie	2,73	3,19	2,96
3.	Odpisovanie od spolužiaka	2,96	2,88	2,92
4.	Používanie mobilného telefónu	2,73	3,00	2,87
5.	Používanie vopred pripravených odpovedí	2,64	2,58	2,61
6.	Odpisovanie z knihy, zo zošita	2,58	2,46	2,52
7.	Používanie inteligentních hodiniek	1,31	1,39	1,35
8.	Používanie tabletu, PC	1,08	1,19	1,14
9.	Používanie odposluchu z MP3	1,11	1,15	1,13
Celkom				2,32

Stredná hodnota posudzovacej škály je 2,50. Zistené aritmetické priemery preto môžeme rozdeliť na polovice, pričom spôsoby školského podvádzania s vyššou priemernou hodnotou ako 2,50 môžeme považovať za časté a tie s priemerom pod 2,50 za zriedkavejšie. Z prieskumného šetrenia vyplýva, že žiaci podvádzajú často, pretože ani jeden zo zisťovaných tradičných spôsobov podvádzania nedosiahol hodnotu aritmetického priemeru nižšiu ako 2,50. Vo vzťahu k elektronickému podvádzaniu je možno konštatovať, že u skúmanej vzorky respondentov sa tento spôsob školského podvádzania vyskytuje zriedkavo s výnimkou používania mobilného telefónu. Údaje zistení uvedené v Tab. č.1 potvrdzujú, že žiaci najčastejšie podvádzajú tak, že používajú ťaháky (vážený aritmetický priemer 3,42), požiadajú spolužiaka o našepkanie (vážený aritmetický priemer 2,96), odpisujú od spolužiaka (vážený aritmetický priemer 2,96), a používajú mobilné telefóny (vážený aritmetický priemer 2,87). Často využívajú aj vopred pripravené odpovede (vážený aritmetický priemer 2,61) a odpisujú priamo z knihy, či zo zošita (vážený aritmetický priemer 2,52). Elektronické podvádzanie vo forme použitia inteligentních hodiniek (vážený aritmetický priemer 1,35), laptopu (vážený aritmetický priemer 1,14), či MP3 (vážený aritmetický priemer 1,13) je až na konci rebríčka, to znamená, že nie je využívané v takej miere, ako uvádza zahraničná literatura (Kumar, 2012). Slovenskí žiaci pravdepodobne považujú tradičné metódy podvádzania za jednoduchšie a účinnejšie (Bajtoš-Marhevková, 2016). Výsledky môže ovplyvňovať aj skutočnosť, že nie všetci žiaci majú pre účely elektronického podvádzania potrebné vybavenie (inteligentné hodinky s mobilným internetom). Domnievame sa však, že táto vlna ešte len príde a že „zlatý vek elektronického podvádzania“ nastúpi až s niektorou z nasledujúcich generácií žiakov

Pilotáž dotazníka pre žiakov priniesla návrhy respondentov vo vzťahu k zvýšeniu kvality navrhnutého dotazníka. Respondenti navrhli: medzi motívy podvádzania uviesť aj sociálny motív (napr. priznanie štipendia); medzi efektívne riešenie prípadov podvádzania navrhujú uviesť, že až pri druhom upozornení oklasifikovať žiaka známkou nedostatočný; medzi spôsoby podvádzania odporúčajú uviesť aj opustenie triedy v priebehu skúšky a gestikuláciu medzi žiakmi.

Záver

Problematika školského podvádzania je veľmi aktuálna a diskutovaná téma, ktorá neušla pozornosti množstvu zahraničných odborníkov. Záujem vedcov vzbudzuje už od druhej polovice minulého storočia a faktom je, že výskumov venovaných akademickému alebo školskému podvádzaniu vo svete neustále pribúda. Značná neprebádanosť javu školského podvádzania na Slovensku bola primárnym motívom, kvôli ktorému sme sa v rámci riešenia projektu KEGA budeme snažiť aspoň čiastočne prispieť k monitorovaniu a analyzovaniu uvedenej problematiky vo vzťahu k podvádzaniu žiakov stredných škôl.

Poďakovanie

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantového projektu KEGA 001 DTI - 4/2018 *Školské podvádzanie ako problémový aspekt hodnotenia výsledkov výchovno-vzdelávacieho procesu na stredných školách*.

Literatura

Bajtoš, J., Marhevková, A. (2016). Školské podvádzanie – problémový aspekt hodnotenia výkonov žiakov. Bratislava: Wolters Kluwer.

Gray, P. (2013). Podvádzanie vo vede II: Škola pripravuje pôdu podvádzaniu (nielen) vo vede. Preklad: SČIGULINSKÝ, P. Sloboda učenia. 2014. Dostupné na: http://www.slobodaucenia.sk/clanok/podvadzanie-vo-vede-ii

Kumar, M. J. (2012). Honestly Speaking about Academic Dishonesty. IETE Technical Review.

Kontakt

prof. Ing. Ján Bajtoš, CSc. PhD.
Vysoká škola DTI
Sládkovičova 533/20, 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovenská republika
bajtos@dti.sk

PaedDr. Jana Hanuliaková, PhD.
Vysoká škola DTI
Sládkovičova 533/20, 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovenská republika
hanuliaková@dti.sk

The theory of divisibility in teaching future elementary teachers

Teorie dělitelnosti v přípravě učitelů 1. stupně základní školy

Jaroslav BERÁNEK

Abstract

The article is devoted to special parts of theory of divisibility used in teaching future elementary teachers. With the help of the set of examples it is shown that introducing of this topic to the students is not useless and, for example, with the help of congruences and diophantine equations it is possible to solve a lot of interesting problems. Finally, the theory of divisibility is a suitable topic for the development of student`s thinking because it`s basically connected with the teaching at elementary stage of the basic school.

Key words

divisibility; residue class; congruence

Abstrakt

Příspěvek je věnován problematice výuky vybraných partií teorie dělitelnosti ve výuce matematiky pro budoucí učitele 1. stupně ZŠ. Na řadě příkladů je ukázáno, že seznámení studentů uvedeného studijního programu s touto problematikou není zbytečné a že např. pomocí kongruencí a neurčitých rovnic lze řešit mnohé zajímavé problémy. V neposlední řadě je teorie dělitelnosti vhodným námětem pro rozvíjení myšlení studentů, neboť se svou podstatou dotýká učiva na 1. stupni základní školy.

Klíčová slova

dělitelnost; zbytková třída; kongruence

Úvod

Teorie dělitelnosti patří k velmi důležitým partiím školské matematiky na všech stupních a typech škol. Proto je nutné, aby danou teorii včetně potřebného nadhledu dokonale zvládli budoucí učitelé matematiky, a to i na 1. stupni základní školy. I když se žáci na 1. stupni základní školy systematicky s teorií dělitelnosti neseznamují, je v tomto období potřeba na mnoha příkladech a problémech připravit žáky na výuku dělitelnosti na 2. stupni ZŠ, resp. na nižším stupni osmiletých gymnázií. Např. v úloze: „Je dán obdélník o obsahu 36 cm^2. Jaké mohou být délky jeho stran?“ se jedná o propedeutiku pojmu sdružených dělitelů přirozeného čísla. Podobně v úloze „Tatínek chce obložit kachličkami tvaru čtverce obdélníkovou stěnu o rozměrech 240 cm a 150 cm. Jaká bude délka strany největší možné kachličky?“ získají žáci úvodní představu o pojmu největší společný dělitel (ozn. NSD); podobně dále existují úlohy, v nichž se jedná o propedeutiku pojmu nejmenší kladný společný násobek (úlohy využívající řazení žáků do dvojstupů, trojstupů apod.), i úlohy, k jejichž řešení je teoreticky potřeba znalost neurčitých rovnic. Žáci tyto úlohy řeší většinou pomocí experimentu; je však nutné, aby příslušnou teorii zvládli učitelé. Mnohdy se však při vysokoškolské přípravě učitelů teorie dělitelnosti považuje za známou ze střední školy a její výuka se omezuje na minimum. V tomto příspěvku bude dále uvedeno několik jednoduchých úloh a problémů, které při řešení využívají kongruencí. Uvedené příklady mohou být pro studenty motivací ke studiu dělitelnosti, dále mohou sloužit i jako náměty pro jejich bakalářské a diplomové práce.

Využití teorie dělitelnosti v příkladech

Nejprve připomeneme definici relace kongruence v oboru celých čísel a její základní vlastnosti. Omezíme se pouze na stručný přehled; podrobný formální popis této teorie včetně důkazů lze nalézt např. v (Apfelbeck, 1968; Herman, 1989; Znám, 1986). Nechť $m \in \mathbf{N}$, $m > 1$. Nechť $a, b \in \mathbf{Z}$. Pak a je kongruentní s b podle modulu m, právě když rozdíl $a - b$ je dělitelný číslem m (píšeme $a \equiv b \pmod{m}$). Z metodických důvodů je pro studenty pochopitelnější formulace, kdy čísla a, b dávají při dělení číslem m týž zbytek. Pro relaci kongruence platí několik tvrzení, např.: Levé a pravé strany kongruencí podle téhož modulu můžeme sčítat i násobit, obě strany kongruence lze umocnit na libovolný přirozený exponent, na jednu stranu kongruence lze přičíst libovolný násobek modulu, obě strany kongruence lze vydělit číslem, které je nesoudělné s modulem, apod. V teorii dělitelnosti hraje významnou roli tzv. Eulerova funkce $\varphi(n)$, vyjadřující počet přirozených čísel menších nebo rovných přirozenému číslu n, nesoudělných s n. Nechť $n = p_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$, pak platí vztah $\varphi(n) = n \cdot \prod_{i=1}^{k}(1-\frac{1}{p_i})$. Je-li n prvočíslo, pak $\varphi(n) = n - 1$. S Eulerovou funkcí souvisí Eulerova věta**:** $m \in \mathbf{N}$, $m > 1$, $a \in \mathbf{Z}$, NSD $(a, m) = 1$, pak $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$. Také této funkce v dalším využijeme. Připomeňme ještě, že relace kongruence je ekvivalence, která generuje rozklad všech celých čísel na tzv. zbytkové třídy (v každé zbytkové třídě jsou čísla dávající při dělení modulem m týž zbytek.

Příklad 1: (viz Beránek, 2005) Je dáno 82 přirozených čísel. Dokažte, že z nich lze vybrat dvě tak, aby jejich rozdíl byl dělitelný číslem 81.

Řešení: Uvažujme rozklad na zbytkové třídy podle modulu 81. Možných zbytků je 81, tedy těchto tříd je také 81 ($C_0, C_1, \ldots, C_{80}$); čísel je ale 82. Alespoň dvě z nich musí tedy patřit do téže zbytkové třídy. Podle definice relace kongruence je tedy jejich rozdíl dělitelný modulem 81.

Příklad 2: (viz Beránek, 2005) Dokažte, že každé prvočíslo p větší než tři dává při dělení šesti buďto zbytek 1 nebo 5 (nelze samozřejmě obrátit).

Řešení. Uvažme zbytkové třídy podle modulu 6 ($C_0, C_1, \ldots, C_5$). Pak číslo p do jedné z nich musí patřit. Probereme-li postupně všechny možnosti, zjistíme, že vyjádření $p = 6k$, $p = 6k+2$, $p = 6k+3$, $p = 6k+4$ dává vždy číslo složené; musí tedy nastat jedna ze dvou zbývajících možností, buďto možnost $p = 6k+1$ nebo $p = 6k+5$.

Příklad 3: (viz Beránek, 2005) Dokažte, že n^3+17n je pro každé přirozené číslo n dělitelné šesti.

Řešení: Důkaz lze provést několika způsoby, např. úpravou nebo matematickou indukcí. Zde využijeme rozklad na zbytkové třídy podle modulu 6. Číslo n má určitě jeden z následujících tvarů: $n=6k$, $n=6k+1$, $n=6k+2$, $n=6k+3$, $n=6k+4$ nebo $n=6k+5$. Dosadíme postupně tato vyjádření za n do výrazu n^3+17n; ve všech případech dostaneme číslo, které lze upravit na číslo dělitelné šesti. Např. pro $n = 6k+5$ platí: $(6k+5)^3 + 17(6k+5) = 6^3k^3 + 3.6^2k^2.5 + 3.6k.5^2 + 5^3 + 17.6k + 85 = 6u + 210 = 6u + 6.35 = 6K.$

Příklad 4: (viz Beránek, 2005) Nalezněte poslední dvě číslice čísla 3^{1211}.

Řešení: Tento příklad je již složitější, ukazuje však na výhodnost kongruencí při počítání s velkými čísly. V této úloze je nutno nalézt takové číslo x, pro které platí $3^{1211} \equiv x$ (mod 100). Nejprve využijeme Eulerovu větu: Čísla 3 a 100 jsou nesoudělná, podle výše uvedeného vzorce platí $\varphi(100) = 40$, platí tedy $3^{40} \equiv 1$(mod 100). Tuto kongruenci umocníme na exponent 30 a máme: $3^{1200} \equiv 1$(mod 100). Dále pomocí kalkulačky zjistíme, že $3^3 \equiv 27$ (mod 100), $3^6 \equiv 29$ (mod 100) a $3^2 \equiv 9$ (mod 100). Poslední tři kongruence vynásobíme, čímž dostaneme $3^{11} \equiv 47$(mod 100). Poslední kongruenci vynásobíme s kongruencí $3^{1200} \equiv 1$(mod 100) a máme výsledek $3^{1211} \equiv 47$(mod 100). Poslední dvě číslice čísla 3^{1211} jsou tedy 47.

Příklad 5: (viz Beránek, 2005) Dokažte, že číslo $2^{60} + 7^{30}$ je dělitelné číslem 13.

Řešení: Podle Eulerovy věty platí $2^{12} \equiv 1$ (mod 13), analogicky platí $7^{12} \equiv 1$ (mod 13), protože čísla 2 a 7 jsou prvočísla nesoudělná s číslem 13. První z kongruencí umocníme na pátou, druhou na exponent dvě. Dostáváme kongruence
$2^{60} \equiv 1$ (mod 13), $7^{24} \equiv 1$ (mod 13). První z kongruencí již obsahuje jeden sčítanec ze zadání. Druhou dále upravíme: Pomocí kalkulačky určíme
$7^3 \equiv 5$ (mod 13) a dále $7^6 \equiv -1$ (mod 13). Poslední kongruenci vynásobíme s kongruencí $7^{24} \equiv 1$ (mod 13) a obdržíme $7^{30} \equiv -1$ (mod 13). Nyní stačí sečíst levé a pravé strany kongruencí $2^{60} \equiv 1$ (mod 13) a $7^{30} \equiv -1$ (mod 13). Výsledkem bude $2^{60} + 7^{30} \equiv 0$ (mod 13), tzn. tvrzení v zadání platí.

Příklad 6: (viz Beránek, 2005) Dokažte, že číslo $37^{n+2}+16^{n+1}+23^n$ je pro každé přirozené číslo n dělitelné sedmi.

Řešení: Platí: $37 \equiv 2$ (mod 7), $16 \equiv 2$ (mod 7), $23 \equiv 2$ (mod 7). Po umocnění těchto kongruencí na exponenty uvedené v zadání dostaneme kongruence: $37^{n+2} \equiv 2^{n+2}$ (mod 7), $16^{n+1} \equiv 2^{n+1}$ (mod 7), $23^n \equiv 2^n$ (mod 7). Tyto kongruence sečteme: $37^{n+2}+16^{n+1}+23^n \equiv 2^{n+2}+2^{n+1}+2^n$ (mod 7). Číslo na pravé straně lze však upravit na tvar 7.2^n, je tedy dělitelné sedmi. Platí tedy $37^{n+2}+16^{n+1}+23^n \equiv 0$ (mod 7), což je dokazované tvrzení.

Příklad 7: (viz Beránek, 2009) Pomocí kongruencí odvoďte kritérium dělitelnosti sedmi.

Řešení: Uvažujme následující kongruence. $10^0 \equiv 1 (mod\ 7)$, $10^1 \equiv 3 (mod\ 7)$, $10^2 \equiv 2 (mod\ 7)$, $10^3 \equiv -1 (mod\ 7)$, $10^4 \equiv -3 (mod\ 7)$, $10^5 \equiv -2 (mod\ 7)$, $10^6 \equiv 1 (mod\ 7)$, $10^7 \equiv 3 (mod\ 7)$, $10^8 \equiv 2 (mod\ 7)$,.... Snadno lze dokázat, že čísla na pravé straně těchto kongruencí (exponenty u mocnin čísla 10 jsou nezáporná celá čísla v přirozeném uspořádání) tvoří posloupnost šesti pravidelně se opakujících čísel: 1, 3, 2, –1, –3, –2. Každé číslo $a \in \mathbf{N}$ lze v desítkové soustavě zapsat ve tvaru: $a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + ... + a_1 10^1 + a_0$. Využijeme-li reflexivnosti relace kongruence a faktu, že kongruence lze sčítat i násobit, platí $a \equiv (1a_0 + 3a_1 + 2a_2 - 1a_3 - 3a_4 - 2a_5 + 1a_6 + 3a_7 + 2a_8 - 1a_9 - 3a_{10} - 2a_{11} ...)(mod\ 7)$. Číslo a tedy při dělení sedmi dává týž zbytek, jako číslo na pravé straně předchozí kongruence. Kritérium dělitelnosti sedmi může být proto formulováno takto: Zapíšeme číslo a, jehož dělitelnost sedmi zkoumáme. Pod toto číslo zapíšeme zprava (počínaje nultým řádem) posloupnost opakujících se čísel 1, 3, 2, –1, –3, –2,.... Každou cifru čísla a vynásobíme číslem pod ním a vzniklé součiny sečteme. Dostaneme číslo, jehož zbytek po dělení sedmi je týž jako u čísla a . Uvedeme příklad: Nechť a = 5897624418. Píšeme:

$$\begin{array}{cccccccccc} 5 & 8 & 9 & 7 & 6 & 2 & 4 & 4 & 1 & 8 \\ -1 & 2 & 3 & 1 & -2 & -3 & -1 & 2 & 3 & 1 \\ -5 & +16 & +27 & +7 & -12 & -6 & -4 & +8 & +3 & +8 = 42 \end{array}.$$

Zvolené číslo a je tedy dělitelné sedmi. Je zřejmé, že uvedený postup je vhodný zejména pro velká čísla.

Ukážeme ještě další dvě možnosti, jak lze zjistit dělitelnost daného čísla sedmi.

Příklad 7a: (viz Beránek, 2005) Nechť $n \geq 1000$ je přirozené číslo. Toto číslo n rozdělíme zprava po trojicích cifer. Nyní vypočteme číslo k takto: Od čísla zapsaného první trojicí zprava odečteme číslo zapsané druhou trojicí, pak přičteme číslo zapsané třetí trojicí, odečteme číslo zapsané čtvrtou trojicí, atd. Číslo k dává při dělení sedmi týž zbytek jako číslo n.

Ilustrace: n = 3 256 438 512, pak k = 512 – 438 + 256 – 3 = 327. Obě čísla dávají po dělení sedmi zbytek 5.

Důkaz: Kritérium dokážeme užitím kongruencí. Jednotlivá trojčíslí vzniklá rozdělením čísla n označíme $A_0, A_1, ..., A_n$ (trojice určují přirozená čísla z intervalu $\langle 0,999 \rangle$), tzn. $n = A_0 + A_1 .10^3 + A_2 .10^6 + ... + A_n .10^{3n}$, $k = A_0 - A_1 + A_2 + ... (-1)^n A_n$. Postupně platí (všechny kongruence platí podle modulu 7):

$$A_0 \equiv A_0,$$
$$A_1 . 10^3 \equiv -A_1 \text{ (protože } 10^3 \equiv -1),$$
$$A_2 . 10^6 \equiv +A_2 \text{ (protože } 10^6 \equiv +1),$$
$$A_3 . 10^9 \equiv -A_3 \text{ (protože } 10^9 \equiv -1), \text{ atd.}$$

Nyní využijeme pravidla pro počítání s kongruencemi a dostáváme: $n = A_0 + A_1 .10^3 + A_2 .10^6 + ... + A_n .10^{3n} \equiv A_0 - A_1 + A_2 + ... + (-1)^n A_n = k$. Zajímavé rovněž je, že všechny výše uvedené kongruence platí i podle modulů 11 a 13. Proto lze toto kritérium využít i při zkoumání dělitelnosti jedenácti a třinácti.

Příklad 7b: (viz Beránek, 2005) Od zadaného čísla n ($n \in \boldsymbol{N}$) oddělíme v jeho dekadickém zápise poslední cifru a dvojnásobek jí označeného čísla odečteme od čísla zapsaného zbylou částí zápisu. Je-li vzniklé číslo dělitelné sedmi, je také n dělitelné sedmi. Zapíšeme-li $n = 10a + b$, pak dělitelnost sedmi čísla n určíme podle dělitelnosti sedmi čísla $a - 2b$.

Poznámka: Početní pravidlo popsané v kritériu 3 opakujeme tak dlouho, dokud se v posloupnosti takto získaných čísel neobjeví takové číslo, jehož dělitelnost sedmi snadno určíme zpaměti.

Důkaz: Nechť číslo $n = 10 + b$ je dělitelné sedmi. Pak máme:

$7|(10a + b) \Leftrightarrow 7\,|(10a - 20b) \Leftrightarrow 7\,|10(a - 2b) \Leftrightarrow 7\,|(a - 2b)$, protože čísla 7 a 10 jsou nesoudělná. Tedy jestliže v početním pravidle $10a + b \rightarrow a - 2b$ je vzor dělitelný sedmi, je i jeho obraz dělitelný sedmi a naopak. Protože každé číslo vypočtené posloupnosti čísel má pouze konečný počet předchůdců, lze z dělitelnosti libovolného čísla posloupnosti sedmi usoudit na dělitelnost výchozího čísla n sedmi. Ilustrujme tento postup:

Určete, zda je číslo 692148 dělitelné sedmi. Určíme posloupnost čísel v zobrazení $10a + b \rightarrow a - 2b$. Postupně počítáme: 692148, 69198, 6903, 684, 60, 6, −12, −18, −6, −9, −3, −15, −12, ... Posledních šest čísel se již cyklicky opakuje. Připomeňme, že při počítání se zápornými čísly využíváme znalostí dělení se zbytkem v oboru celých čísel. Protože žádné z posledních čísel (kde násobky sedmi poznáme) není dělitelné sedmi, nemůže být žádné číslo posloupnosti dělitelné sedmi, a tedy ani číslo 692148 není dělitelné sedmi.

Nyní si krátce povšimneme kongruencí o jedné neznámé, jejich řešení a zejména vztahu k lineárním neurčitým rovnicím o dvou neznámých. Připomeňme, že lineární kongruence o jedné neznámé je kongruence $ax \equiv b \pmod m$, kde x je hledaná neznámá hodnota (řešením je ovšem celá zbytková třída podle modulu m, obsahující x). Uvedeme podmínku řešitelnosti: Jsou-li čísla a, m nesoudělná, má daná kongruence jediné řešení. Je-li NSD(a, m) = d, $d > 1$, pak nastávají dvě možnosti. Pokud d je dělitelem čísla b, má kongruence d řešení. Není-li d dělitelem b, pak je kongruence neřešitelná. Metod řešení je několik: Nejjednodušší je postupné dosazování čísel $0, 1, ..., m-1$. Tato metoda je ale vhodná pouze pro malé hodnoty modulu m. Existuje rovněž vztah přímo určující řešení x ve tvaru $x \equiv a^{\varphi(m)-1}.b(mod\ m)$; jeho užití je však velmi pracné a zdlouhavé. Nejjednodušší metodou je postupná úprava dané kongruence (ukážeme v následujícím příkladu) nebo přechod k neurčitým rovnicím.

Lineární neurčitá rovnice o dvou neznámých je rovnice tvaru $ax + by = c$, jejíž řešení hledáme v oboru celých čísel (samozřejmě a, b, $c \in \mathbf{Z}$).Tato rovnice je řešitelná právě tehdy, je-li NSD(a, b) dělitelem čísla c. Metody řešení těchto rovnic jsou známé (viz např. Beránek, 2005; Herman, 1989; Znám, 1986). Jedná se o úpravy redukční metodou nebo užití vztahů $x = x_0 + \dfrac{b}{NSD(a,b)}\,t$, $y = y_0 - \dfrac{a}{NSD(a,b)}\,t$, kde $t \in \mathbf{R}$ a x_0 a y_0 je jedno pevné řešení dané rovnice. Podrobnosti lze nalézt v [5]. Nyní k souvislostem mezi kongruencemi a neurčitými rovnicemi.

Nechť $ax \equiv b$ (mod m) je kongruence. Podle definice je rozdíl $ax - b$ dělitelný číslem m, tj. $ax - b = my$. Po úpravě platí $ax - my = b$, což je neurčitá rovnice. Analogicky lze přejít od neurčité rovnice k lineární kongruenci. Takto lze využít znalostí řešení lineárních kongruencí pro řešení neurčitých rovnic a naopak.

Příklad 8: (viz Beránek, 2005) Dokažte, že některý násobek čísla 21 končí na 241.

Řešení: Řešíme lineární kongruenci $21n \equiv 241 (mod\ 1000)$. Víme, že na jednu stranu kongruence lze přičíst (nebo odečíst) číslo, které je násobkem modulu a obě strany kongruence lze vydělit číslem nesoudělným s modulem. Postupně tedy platí:
$21n \equiv 241 (mod\ 1000)$, $21n \equiv 2241 (mod\ 1000)$, $7n \equiv 747 (mod\ 1000)$, $7n \equiv 5747\ (mod\ 1000)$, $n \equiv 821 (mod\ 1000)$. Řešením je tedy každé číslo (alespoň trojciferné), které je zakončeno trojčíslím 821.

Příklad 9: Určete nejmenší trojciferné číslo, které je násobkem jedenácti a při dělení sedmi dává zbytek pět.

Řešení: Pro hledané číslo a platí: $a = 7x+5$, $a = 11y$. Sestavíme neurčitou rovnici:

$7x + 5 = 11y$, tj. $7x - 11y = -5$. Tato rovnice je řešitelná. Přejdeme k lineární kongruenci $7x \equiv -5 (mod\ 11)$, tj. $7x \equiv 6 (mod\ 11)$. Zvolíme metodu postupných úprav:

$7x \equiv 28 (mod\ 11)$, $x \equiv 4 (mod\ 11)$. Tedy $x = 11t+4$. Vztah pro y bychom dostali dosazením do původní neurčité rovnice, vzhledem k zadání ho však nepotřebujeme znát. Dosadíme do $a = 7x + 5$ a máme $a = 77t + 33$. Nejmenší hledané trojciferné číslo je číslo 110.

Závěr

V příspěvku byla uvedena řada příkladů, které mohou být využity při výuce budoucích učitelů na 1. stupni základní školy. I když se nejedná o problematiku stěžejní, její zařazení do výuky je vhodné a slouží k rozvoji matematického myšlení studentů. Zejména se jedná o studenty, kteří se během své pedagogické praxe budou zabývat organizací soutěží, jako matematická olympiáda, Klokan, apod. Pojednání o těchto soutěžích je však již mimo rámec tohoto příspěvku.

Literatura

Apfelbeck, A. (1968). *Kongruence.* Praha: Mladá fronta, Škola mladých matematiků.

Beránek, J. (2005) *Teorie čísel v přípravě učitelů 1. stupně základní školy*. In Príprava učitelov elementaristov a európsky multikultúrny priestor. Prešov, Pedagogická fakulta PU, s. 87-92.

Beránek, J. (2009) *Kritéria dělitelnosti známá i neznámá.* In: Matematika z pohledu primárního vzdělávání. Banská Bystrica, Univerzita Mateja Bela.

Divíšek, J., a kol. (1989). *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha, SPN.

Drábek, J., a kol. (1985). *Základy elementární aritmetiky pro učitelství 1. stupně ZŠ.* Praha, SPN.

Herman, J., Kučera, R., Šimša, J. (1989). *Metody řešení matematických úloh I*. Brno, Masarykova Universita & Praha, SPN.
Znám, Š. (1986). *Teória čísel*. Bratislava, Alfa.

Kontakt

doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc.
Pedagogická fakulta MU, Katedra matematiky
Poříčí 7, 603 00 Brno, Česká republika
beranek@ped.muni.cz

Create Minecraft game, save the world

Vytvor Minecraft hru, zachráň svet

Mária ČUJDÍKOVÁ

Abstract

This paper describes a small case study on using Minecraft during a course at Pacinotti-Archimede High School, where the students created their own 3D games in Minecraft. It was not just about using a modern tool, but we could also see several principles of modern education. The course merged two major topics of contemporary education - computational thinking and learning about sustainable development. Pupils in the course were enabled to unleash their creative potential as they become creators of a meaningful game and designers of a better world. Learning was based on collaboration. The case study presented may be an inspiration for similar use of Minecraft in formal or non-formal education.

Key words

Minecraft; videogames; game design; sustainable development; principles of modern education

Abstrakt

Táto práca popisuje malú prípadovú štúdiu o používaní Minecraftu na strednej škole Pacinotti-Archimede v Ríme, kde študenti v rámci kurzu zameraného na game design tvorili v Minecrafte vlastné 3D hry. Nešlo len o využitie moderného nástroja, ale mohli sme tu vidieť tiež viacero princípov modernej školy. Kurz spájal dve kľúčové témy súčasného vzdelávania - informatické myslenie a vzdelávanie v oblasti trvalo udržateľného rozvoja. Žiaci v kurze mali možnosť rozpútať svoj tvorivý potenciál, pretože sa stali tvorcami zmysluplnej hry a dizajnérmi lepšieho sveta. Učenie sa bolo založené na spolupráci. Prezentovaná prípadová štúdia môže byť inšpiráciou pre podobné využitie Minecraftu vo formálnom alebo neformálnom vzdelávaní.

Kľúčové slová

Minecraft; videohry; game design; trvalo udržateľný rozvoj; princípy moderného vzdelávania

Úvod

Videohry neodmysliteľne patria k dnešnej digitálnej dobe. Sú obľúbenou formou zábavy, ale zároveň predstavujú aj rozsiahly priestor pre učenie sa a rozvoj kľúčových kompetencií potrebných pre život v 21. storočí. Na tému učenia sa vďaka hraniu videohier sa vyjadrili už viacerí odborníci (Devlin, 2011; Papert, 1980; Papert, 1995; Papert, 1998; Gee, 2003, Gee, 2007). Papert už v roku 1998 vyslovil "Pozoroval som,

že deti, ktoré sa intenzívne zaoberajú počítačovými hrami, často vykazujú výnimočnú úroveň vo svojich spôsoboch myslenia, a tiež v spôsobe, akým rozprávajú o učení sa.“ (Papert, 1998).
Viacero autorov tiež uvádza súvis s učením sa nielen pri hraní hier, ale aj pri ich tvorení. (Gee, 2003, Papert, 1980, Majgaard, 2014, Jenson & Droumeva, 2015).

Mala som možnosť ísť sa pozrieť na školu Pacinotti-Archimede v Ríme, kde žiaci využívajú Minecraft tak, že sklbujú oboje. Na kurze zameranom na game design sa hrajú v Minecrafte a zároveň v ňom tvoria vlastné hry. Kurz ponúkol ukážku nielen toho, ako je možné do vyučovania začleniť nový nástroj, ale tiež, ako tento nástroj využiť na učenie (sa) novým spôsobom, zmysluplným pre život v súčasnom storočí.

1 Moderné vzdelávanie a videohry

„Väčšina z nás nedokáže prehliadať skutočnosť, že ľudská spoločnosť sa za ostatných 50 rokov zmenila viac, ako kedykoľvek predtým. Zmenil sa náš životný štýl, zmenil sa trh práce a zmenili sa požiadavky zamestnávateľov na mladých absolventov škôl – ich nových potenciálnych zamestnancov. To všetko sa premieta aj do rastúcej nutnosti (z)meniť formálne vzdelávanie žiakov a študentov, starostlivo prehodnotiť akademický obsah vzdelávania a reagovať na celkom nové potreby na úrovni zručností pre produktívny život v dnešnej – a najmä zajtrajšej – spoločnosti.” Kalaš (2012)

Otázkou ako učiť a ako sa učiť tak, aby sa pri tom rozvíjali zručnosti potrebné pre život v 21. storočí sa dnes zaoberajú odborníci na celom svete. Nové výskumy v psychológii, kognitívnej vede či neurovede už odkryli viacero záhad fungovania našej mysle. Z toho vyplynuli nové teórie o učení sa, z ktorých vychádza aj prístup modernej pedagogiky.

Viacero odborníkov a vzdelávacích inštitúcii sa zhoduje na tom, že pre život v dnešnej dobe je dôležité u žiakov rozvíjať hlavne kreatívne a kritické myslenie (OECD 2015; OECD, 2017; UNESCO, 2015; Trilling & Fadel, 2009). Žiak v modernej škole nemá postavenie niekoho, kto iba pasívne prijíma informácie, ale je sám aktívnym tvorcom svojho poznania.

Významnou teóriou v tomto duchu je Papertov konštrukcionizmus. Podľa neho sa dieťa veľa naučí tak, že vytvára preň zmysluplný produkt, často spolu s inými deťmi, pričom planovanie tvorby tohto produktu ako aj jeho samotné tvorenie je priamo v rukách detí. (Papert, Harel, 1991)

Ďalšou významnou teóriou je Vygotského teória o sociálnej povahe učenia sa. Podľa nej, existuje rozdiel, tzv. zóna proximálneho vývoja, medzi tým, čo dieťa už vie a tým, čo môže vedieť za pomoci iného, skúsenejšieho človeka (Vygotský, 1978). Vygotský touto teóriou prispel k poňatiu kooperatívneho učenia sa ako jedného zo základných pilierov modernej školy.

V modernej škole sa tiež mení postavenie učiteľa. Učiteľ v nej nie je v pozícii niekoho, kto žiakom odovzdáva vedomosti, ale je sprievodcom na ich dobrodružnej ceste objavovania (OECD, 2017). Aj on sám sa neustále učí a objavuje nové veci a to často aj práve vďaka žiakom.

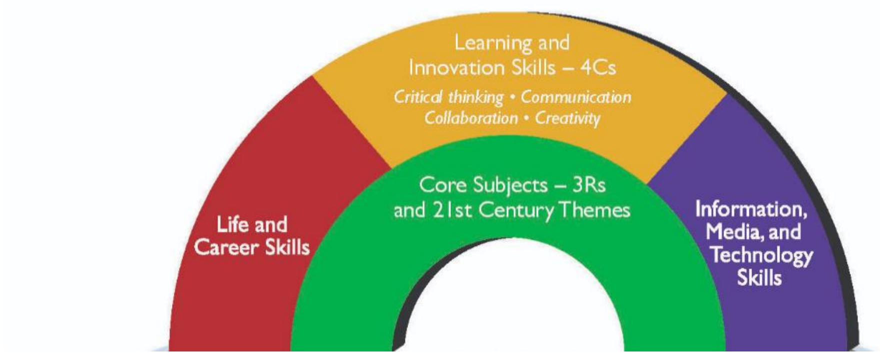
So zmenou v prístupe k učeniu, súvisí aj zmena hodnotenia. To sa pri kreatívnej práci nezameriava na vyhodnotenie zreprodukovaných poznatkov, ale má za úlohu zhodnotiť smer, ktorým sa práca uberá a pomôcť žiakom s ďalším posunom (Boalerová, 2016; OECD, 2017; Kalaš a kol., 2013). Aby mohlo byť hodnotenie zmysluplné, je potrebné poznať cieľ ku ktorému sa majú žiaci dopracovať. Hodnotenie nemusí byť nevyhnutne v rukách učiteľa. Obohacujúce pre obe strany môže byť, ak si ho žiaci poskytujú vzájomne. Škola by mala tiež viesť k rozvoju sebareflexie a zároveň v žiakoch podnietiť chuť hodnotiť nielen svoju prácu ale aj svet v ktorom žijeme.

Významnú úlohu v modernej škole hrajú tiež digitálne technológie. Digitálne technológie sa stali neoddeliteľnou súčasťou nášho života a tak je nevyhnutné sa neustále vzdelávať aj v tejto oblasti (Trilling & Fadel, 2009; OECD, 2017). Digitálne technológie však nie sú len cieľom vzdelávania, ale aj skvelým nástrojom, ktorý otvára úplne nové možnosti na kreatívne a aktívne učenie sa (UNESCO, 2019; OECD, 2017; OECD, 2012; Boalerová, 2016; Devlin, 2011; Kalaš a kol., 2013).

V modernom vzdelávaní je okrem otázky ako sa učiť dôležitá aj otázka, čo sa učiť. Aké kompetencie treba u žiakov rozvíjať, aby sa pripravili na život v súčasnej dobe. Na túto otázku sa snaží tiež hľadať odpoveď viacero odborníkov a vzdelávacích organizácii (UNESCO, 2016; Trilling & Fadel, 2009; Binkley, 2010).

Zaujímavú odpoveď v tomto smere ponúkajú Trilling a Fadel (2009), ktorý navrhli dúhovú schému učenia sa v 21. storočí.

Obrázok 1: Dúhová schéma učenia sa v 21. storočí (Trilling, Fadel)



Zdroj: wikipedia.org

Dolnú časť ich schémy tvoria kľúčové predmety, ktoré sú však obohatené o nové témy. Hornú časť schémy tvoria zručností pre 21. storočie, ktoré autori rozčlenili do troch oblastí a to Zručnosti pre život a kariéru, Zručnosti pre učenie sa a inovatívne zručnosti a Informačné, mediálne a technologické zručnosti.

Jedným z výnimočných prostriedkov na učenie sa, ktoré nám v súčasná digitálna doba dáva k dispozícii, sú videohry. Papert (1998) rovnako ako Gee (2003, 2007) poukázali na to, že úspešné komerčné hry majú majstrovsky zvládnutú psychológiu učenia sa a že sa z nich môžeme o učení sa veľa naučiť. Gee (2003) identifikoval 36 princípov učenia sa prítomných vo videohrách, ktoré by mali byť prítomné aj v modernom školskom prostredí. Vďaka videohrám môžeme skúmať, skúšať, tvoriť, objavovať, sú priestorom, kde môžeme zažiť veci, ku ktorým sa v reálnom živote nedostaneme len tak ľahko.

Nie je novinkou, že videohry sa už dostali v rôznych formách a za rôznym účelom aj do vyučovania na školách. V rámci ich potenciálu, ktorý môžu pre učenie sa zmysluplné pre život v 21. storočí poskytnúť je však ešte stále čo objavovať.

Pomerne novým fenoménom sú edukačné verzie úspešných komerčných hier. Edukačné verzie hier dávajú možnosť upraviť hru tak, aby sledovala určitý vzdelávací cieľ. To poskytuje široký potenciál na učenie sa objaviteľským spôsobom, kde je žiak aktívnym tvorcom svojich poznatkov. Tiež pri týchto verziách ale vzniká riziko, že budú použité na učenie sa starým drilovacím spôsobom, ktorý je iba zabalený do pôvabného hábu hry, pričom z neho naviac niekedy až nápadne vytŕča. Na riziko, keď herné prostredie slúži iba ako obal vzdelávacej hry poukázali viacerí autori (Papert, 1998, Devlin, 2011, Bruckman, 1999). Bruckman (1999) pre to použila označenie "brokolica v čokoláde".

2 Minecraft a Minecraft Education Edition

Jednou z hier, ktoré poskytujú edukačnú verziu je Minecraft. Minecraft je jedna z najpopulárnejších videohier. Je to hra, ktorá nás vtiahne do sveta zloženého z kociek. Stretáme tu kockaté zvieratá, obklopujú nás kockaté lesy, budovy sú tvorené z kociek rôznych materiálov a aj my (teda naša postava v hre) sme kockatí. Tento svet môžeme sami rozširovať, sami tu môžeme stavať domy, námestia, či celé mestá, vytvoriť vlastnú záhradu, či vodnú plochu. Je to niečo ako lego, len s neobmedzeným množstvom kociek. Kocky, ktoré potrebujeme k stavbe môžeme získať priamo vo svojom okolí. Napríklad, ak vyrúbeme strom získame drevo, ak kopeme krompáčom do pôdy, získame hlinu… Iné kocky vieme vyrobiť tak, že spojíme kocky, ktoré už máme a dostaneme kocku novej suroviny. K dispozícii máme tiež špeciálnu surovinu, nazývanú redstone, pomocou ktorej dokážeme do nášho Minecraft sveta priviesť elektrinu. V hre sa stretávame spolu s ďalšími hráčmi vďaka čomu môžeme tvoriť spoločne.

Obrázok 2: Záber z hry Minecraft

Zdroj: Minecraft

Minecraft prenikol do sveta edukačnú verzii hier s titulom Minecraft Edu a od roku 2016 poskytuje verziu Minecraft Education Edition (MEE). Súčasťou MEE je Code Builder, ktorý umožňuje priamo v Minecrafte programovať. Na výber máme blokové programovanie (podobne ako v prostredí Scratch) alebo priame písanie príkazov v Javascripte. Všetky zmeny, ktoré náš kód spôsobí sa okamžite prejavia v aktuálnej hre.

V súčasnosti už môžeme nájsť rôzne spôsoby využitia Minecraftu vo vzdelávaní. Videla som projekt v Minecraft Education Edition, ktorý až metaforicky demonštroval drílovací prístup. Vo svete Minecraftu sme sa ocitli v labyrinte. Na tabuli pred nami bolo zobrazené slovo v ktorom chýbalo písmeno. V spodnej časti tabule boli 2 písmena a my sme mali vybrať to, ktoré gramaticky sedelo do zobrazeného slova a pohnúť sa ďalej po chodbe vedľa neho. Ak sme vybrali nesprávne, kopol nás elektrický prúd. V inom vzdelávacom Minecraft projekte, sme mali najskôr postaviť žltý, zelený a modrý kontajner a potom zbierať a triediť odpadky. Myslím si, že takéto projekty nevyužívajú dostatočne potenciál Minecraftu na učenie sa v novom duchu. Sú skôr len vyššie uvedenou "brokolicou v čokoláde".

Avšak aj pri Minecrafte vieme už nájsť zaujímavé príklady využitia, ktoré môžu slúžiť ako inšpirácia pre moderné vzdelávanie. Príklad takéhoto využitia ponúka štúdia (Magnussen, 2015), ktorá sa zaoberá projektom, v ktorom žiaci navrhovali vylepšenia pre zanedbanú mestskú časť v Kodani. Žiaci mali k dispozícii mapu Kodane vytvorenú v Minecrafte do ktorej mohli sami pridať svoje inovatívne nápady. Následne o svojich nápadoch diskutovali s architektmi a niektoré z nich sa mesto rozhodlo skutočne realizovať.

Vo svojej prípadovej štúdii, ktorú opíšem v nasledujúcej kapitole sa zaoberám ďalším príkladom inšpiratívneho využitia Minecraftu v škole.

3 Game design s Minecraftom na Pacinotti-Archimede

V rámci skúmania, ako sa dajú hry využiť na vyučovaní som mala možnosť ísť sa pozrieť na strednú škole Pacinotti-Archimede v Ríme, kde som sledovala priebeh kurzu zameraného na tvorbu 3D hier v Minecrafte. Kurz viedol v Taliansku populárny Minecraft mentor Marco Vigelini, spolu s ďalšími dvoma inovatívnymi učiteľkami, Francescou Giordano a Patriziou Rosato. Kurz bol určený pre 1. ročník a predstavoval bežnú náplň vyučovania.

Zber dát k spomínanej prípadovej štúdii prebiehal na základe dlhodobejšej písomnej komunikácie s Marcom Vigelinim, pozorovaním na jeho hodine a pološtruktúrovaného rozhovoru po skončení hodiny. Priebeh hodiny som zaznamenávala pomocou videí a terénnych zápiskov. Počas pozorovania vzniklo niekoľko otázok, ktoré som potom prebrala s Marcom v rozhovore. Spomínanú školu som navštívila v strede januára. Žiaci mali teda za sebou už 4 a pol mesiaca výučby. Marco mi však predstavil, ako kurz prebiehal od začiatku roku, vďaka čomu som si mohla vytvoriť komplexnejší obraz o celom vývoji.

Zozbierané dáta som analyzovala kvalitatívne. Najskôr som ich podrobila otvorenému kódovaniu na základe ktorého som vytvorila kategórie v súlade s otázkami "Ako sa dá Minecraft Education Edition využívať na zmysluplné učenie sa v 21. storočí? Aké prvky takéhoto učenia sa, sme mohli identifikovať na pozorovanej hodine?" Identifikované kategórie som ďalej spracovala a následne popísala.

Nejasnosti, ktoré pri analyzovaní vyplávali na povrch som diskutovala s Marcom Vigelinim prostredníctvom písomnej komunikácie.

V tejto kapitole najskôr v krátkosti predstavím Marca Vigeliniho a školu Pacinotti-Archimede. Potom sa budem venovať obsahu kurzu a princípom moderného vzdelávania, ktoré sme na ňom mohli nájsť.

3.1 Marco Vigelini

Marco Vigelini je Minecraft Global Mentori, ktorý ako prvý v Taliansku začal so vzdelávaním v Minecrafte. Pomocou Minecraftu na školách sám učí, ale vytvára aj materialy na učenie pre iných učiteľov. Tiež sa podieľa na tvorbe vzdelávacích projektov spolu s múzeami. Svoj prístup k Minecraftu opísal slovami: „Minecraft využívam doslova na všetko a často najradšej miešam všetko dokopy – AR, VR, umenie, informatické myslenie, problem solving, robotiku a samozrejme matematiku." Minecraft ako nástroj na vzdelávanie v škole predstavil v roku 2014. Učí pomocou neho deti na základných školách vo veku od 7 do 13 a tiež na spomínanej strednej škole Pacinotti-Archimede. Spolu s múzeami pripravuje národné a medzinárodné projekty, do ktorých sa môžu zapojiť školy z rôznych častí Talianska či sveta. Žiaci sa tak pomocou Minecraftu zoznamujú s dianím v múzeu a často môžu sami svojimi návrhmi jeho ďalšie dianie ovplyvniť. Marco Vigelini Minecraft tiež využíva v spolupráci s lekárskou komorou na pomoc ľuďom trpiacim autizmom. Viac informácií o jeho projektoch je možné nájsť na stránke www.makercamp.it.

3.2 Pacinotti-Archimede

Pacinotti-Archimede je inovatívna stredná škola so zameraním na počítačové vedy a s možnosťou orientovať sa na tvorbu hier a game design. Sídli v Ríme. Je to prvá stredná škola v Taliansku, ktorá ponúka zameranie na tvorbu videohier. Škola má niekoľko počítačových učební a 3 laboratória, kde študenti pracujú s 3D tlačiarňami a inými technologickými zariadeniami.

3.3 Vzdelávací obsah

Z hľadiska obsahu kurz ponúkol skĺbenie dvoch kľúčových cieľov modernej školy - rozvoj informatického myslenia a vzdelávanie v oblasti trvalo udržateľného rozvoja. Popritom si žiaci tiež mali príležitosť rozvíjať svoje matematické myslenie a estetické cítenie a v neposlednom rade soft skills.

Vzdelávanie v oblasti trvalo udržateľného rozvoja

Trvalo udržateľný rozvoj je jednou z veľkých tém súčasného vzdelávania. O potenciáli videohier v tomto smere už písali viacerí autori (Fabricatore & López, 2012; Coakley & Garvey, 2015, Magnussen & Elming).

Žiaci na kurze využívali prostredie videohry, konkrétne MEE, ako nástroj v ktorom sami tvorili hry zaoberajúce sa touto tematikou. Pre svoju hru si mali vybrať niektorý z cieľov trvalo udržateľného rozvoja pre rok 2030 zverejnených na stránke organizácie spojených národov (www.un.org). Francesca Giordano zhodnotila, že ako učitelia sa snažili sprostredkovať dôležité posolstvá, ktoré tieto ciele nesú a dať tak deťom správne vstupy, aby do svojho jazyka preložili model realizácie týchto vzácnych cieľov.

Žiaci sa tak mohli aktívne venovať najväčším súčasným svetovým problémom, ako sú napríklad extrémna chudoba, hlad vo svete, nedostatok pitnej vody, globálne otepľovanie, rasizmus, rodová nerovnosť,... a svoje inovatívne nápady na ich riešenia zhmotniť pomocou Minecraftu.

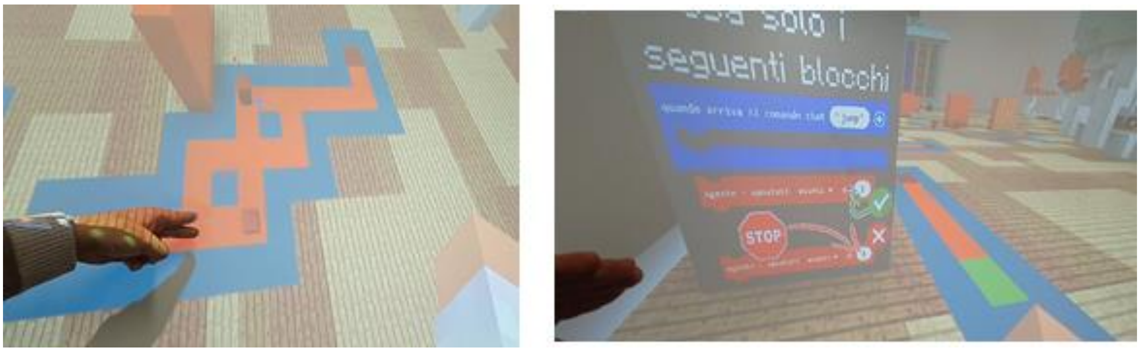
Okrem toho, že sa sami takto aktívne učili, zároveň vytvárali nástroj pre aktívne učenie sa pre iných. Po naprogramovaní celej hry sa ju budú môcť zahrať ostatní spolužiaci, vďaka čomu sa aj oni budú môcť ocitnúť v roli hrdinov, ktorí s daným problémom bojujú.

Rozvoj informatického myslenia

Ďalšou veľkou témou súčasného vzdelávania je rozvoj informatického myslenia. To sa dnes považuje za oveľa dôležitejšie, ako iba rozvoj počítačovej gramotnosti a schopnosti využívať IKT. Na potenciál rozvoja informatického myslenia práve prostredníctvom programovania hier poukázali viacerí autori (Gee, 2003, Papert, 1991, Majgaard, 2014, Jenson & Droumeva, 2015).

Kurz ponúkal široký priestor aj na rozvoj v tejto oblasti. Žiakov na začiatku roka previedol dobre premyslenými lekciami, kde sa zoznámili so základmi programovania v Minecrafte. Lekcie boli umiestnené priamo v Minecraft projekte. Úlohou žiakov bolo ovládať pomocou príkazov robota, ktorý mal za úlohu prejsť pripraveným bludiskom. Na tabuli vedľa bludiska boli napísané obmedzenia, ktoré mali žiaci pri prechádzaní bludiskom zohľadniť. Pri riešení úloh potrebovali využívať stále náročnejšie programátorské koncepty. Už samotné zoznamovanie sa s programovaním bolo v súlade s tvorivým prístupom k učeniu sa. Žiaci mohli sami skúšať čo nové príkazy s ktorými sa zoznamujú robia a testovať svoje nápady na riešenie bludiska.

Obrázok 3: Lekcie programovania v Minecrafte



Zdroj: Vlastné spracovanie

Po prejdení cez úvodné programátorské lekcie, kurz pokračoval tým, že žiaci v skupinách tvorili menšie hry. Tieto hry sa potom nechali zahrať ostatné skupiny, aby získali spätnú väzbu. Zistili tak, či ich hra nie je príliš ťažká, alebo naopak jednoduchá, alebo či tam nie sú neuchopiteľné výzvy… Ale tiež aj či sa tam nevyskytujú problémy, ktoré mohla spôsobiť chyba v kóde. Podľa toho mohli hru doladiť.

Na to nadviazali výberom témy a začatím tvorby väčších hier, na ktorých pracovali v čase mojej návštevy. Pri tvorbe týchto hier si rozvíjali svoje programátorské myslenie ďalej. Písali vlastné, niekedy dosť náročné kódy, skúšali ako sa prejavia v hre a ďalej ich podľa toho upravovali.

Stretnutie sa s matematikou

Žiaci sa počas kurzu stretávajú často aj s matematickými problémami. Pri tvorbe hier v Minecrafte potrebujú logicky uvažovať, optimalizovať, využívať kombinatorické úvahy či pracovať s 3D priestorom. Podľa slov Marca Vigeliniho žiaci do svojich hier tiež často sami pridávajú matematické úlohy, ktoré sú súčasťou výzvy. Zdôraznil, že keď takto aktívne pridajú matematickú otázku, už si ju aj sami položili a poznajú na ňu odpoveď.

3.4 Princípy učenia sa

Na kurze sme mohli vidieť viacero princípov moderného vzdelávania. Žiaci boli hlavnými účastníkmi vzdelávacieho procesu, mali možnosť využívať kreatívne a kritické myslenie a vzájomne spolupracovať. Učitelia boli v pozícii sprievodcov, pomáhali, keď to žiaci potrebovali. Mohli sme tu tiež pozorovať nový prístup k hodnoteniu, kde tradičné známkovanie nehralo podstatnú rolu.

Aktívne a kolaboratívne učenie sa tvorbou zmysluplného produktu

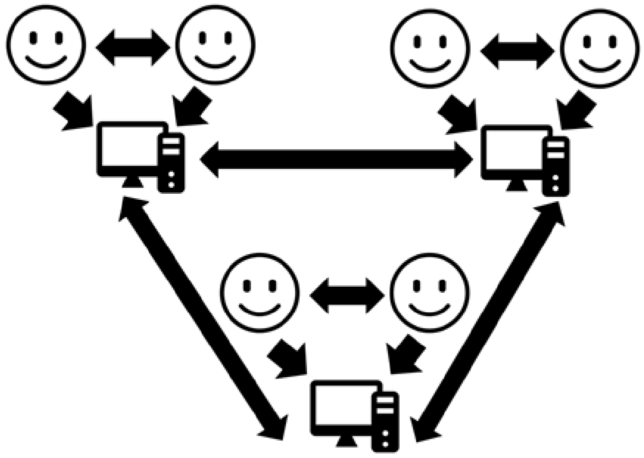
Žiaci na kurze pristupovali k vzdelávaniu v zmysle Papertovho konštrukcionizmu. Učili sa tým, že sami vytvárali produkt, ktorý je zmysluplný pre nich ako aj pre iných, v tomto prípade vlastnú hru. V ich rukách bol návrh dizajnu a príbehu hry, jej samotné programovanie a testovanie. Počas všetkých fáz žiaci vzájomne spolupracovali, čo je v súlade s myšlienkou sociálnej povahy učenia sa (Gee, 2003, Vygotský, 1978, OECD, 2012).

Obrázok 4: Kurz Game design s Minecraftom

Zdroj: Vlastné spracovanie

Model spolupráce na kurze zobrazuje *Obrázok 5* Žiaci pracovali vo dvojiciach spoločne na jednom počítači a celkovo hru tvorili tri dvojice spojené virtuálne v jednom Minecraftovom projekte.

Obrázok 5: Spolupráca žiakov v rámci dvojíc a v rámci skupiny



Zdroj: Vlastné spracovanie

Spolupráca v rámci dvojice vychádzala z princípov párového programovania. Žiaci vo dvojici spoločne písali kód, premýšľali nad ním a skúmali ako sa prejaví v hre. Následne ak neboli spokojní, skúšali nové nápady na jeho vylepšenie.

Vďaka spolupráci viacerých dvojíc v skupine, si mohli žiaci rozdeliť úlohy súvisiace s ich hrou a postupovať pri vytváraní rýchlejšie. Tiež vďaka tomu bola ich hra obohatená o nápady z viacerých hláv. Všetci členovia skupiny mali prístup k aktuálnemu projektu s novými zmenami a mohli sa vyjadriť k zmenám od ostatných členov.

V neposlednom rade si žiaci pri takejto spoločnej práci rozvíjali dôležité soft skills. Učili sa pracovať v tíme a vzájomne komunikovať, vyjadrovať svoje myšlienky pred inými a tiež počúvať a rešpektovať nápady druhých. Zároveň sa učili prijímať zodpovednosť za svoju prácu ako aj celkovú zodpovednosť za spoločné dielo.

Aktívne žiaci pristupovali tiež k vzdelávaniu sa o trvalo udržateľnom rozvoji. K témam, ktoré vo svojich hrách spracúvali nedostali vopred vybrané orezané informácie, ale sami si ich potrebovali nájsť, naštudovať, vyhodnotiť a ísť ešte ďalej – ponúknuť vlastný inovatívny nápad na riešenie.

Hodnotenie v novom duchu

Hodnotenie na kurze prebiehalo vo viacerých rovinách. Tým, že žiaci mohli svoju hru súčasne tvoriť aj sa ju hrať, získali priamo predstavu o tom, či ich kód robí to čo chceli a ako to pôsobí na hráča. Vďaka tomu sa vedeli na hru pozrieť aj z druhej strany, čo podporuje cieľ vytvoriť zmysluplný a pre iných použiteľný produkt.

Žiaci si tiež poskytovali spätnú väzbu navzájom medzi sebou. Tá vyplývala na jednej strane rovnako z hrania hry, ale aj z premýšľania nad kódom spoluprogramujúceho. Neskôr, keď hry dokončia a nechajú sa ich zahrať ostatné skupiny, získajú ďalšiu cennú spätnú väzbu, ktorá im môže pomôcť s následným vývojom.

Téma ktorej sa žiaci v hre venovali ich motivovala hodnotiť okrem svojej práce aj svet a jeho problémy. Paralelne s premýšľaním nad zlepšením svojej hry, premýšľali nad zlepšovaním sveta.

Ak žiaci chceli, mohli svoju prácu skonzultovať s učiteľom. Spoločne tak mohli prísť na ďalšie nápady, kam sa ďalej posunúť. Naopak hodnotenie učiteľov v tradičnom ponímaní nehralo kľúčovú rolu. Podľa Marca Vigeliniho by bolo náročné takúto kreatívnu prácu, pri ktorej sa rozvíja množstvo soft skills hodnotiť tradičným spôsobom. Prezradil, že nemá žiadne meradlo, ktorým by napríklad vyhodnotil, že prezentačné schopnosti žiaka sú 8 na stupnici od 0 do 10. Tiež si myslí, že by bolo náročné hodnotiť žiakov pomocou pre a post testu. Zdá sa, že takéto hodnotenie učiteľa tu nie je nutné a zrejme by ani nebolo správne.

Nové postavenie učiteľa

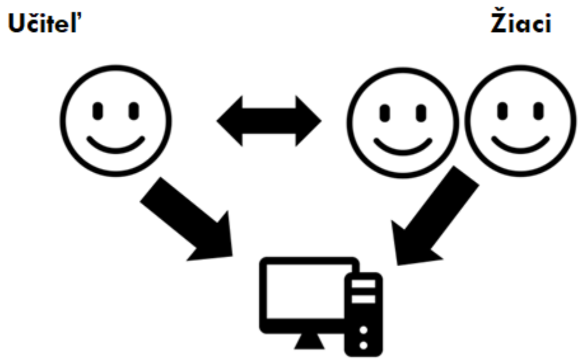
Učitelia na kurze vystupovali ako ústretoví pomocníci, a tiež, ako to označila Francesca Giordano, ako režiséri. Žiaci mohli tvoriť samostatne, avšak ak chceli pomôcť s riešením problémov alebo skonzultovať svoje nápady, boli tam pre nich naplno k dispozícii. Z učiteľov sršala hrdosť na svoju prácu a na to, čo žiaci pod ich vedením vytvárajú.

Obrázok 6: Kurz Game design s Minecraftom

Zdroj: Vlastné spracovanie

Model spolupráce medzi učiteľmi a žiakmi zobrazuje *Obrázok 7*. V prípade, že mali žiaci záujem o pomoc alebo o konzultáciu, učiteľ si k nim prisadol a pracovali spoločne na ich počítači. Komunikácia medzi žiakmi a učiteľom prebiehala na báze rovnocennosti.

Obrázok 7: Vzťah učitelia, žiaci a počítač



Zdroj: Vlastné spracovanie

Učitelia na kurze boli profesionáli ako v prístupe k žiakom, tak aj v používaní Minecraftu. Minecraft sa sami hrajú a vytvárajú v ňom projekty pre iných.

Osobná skúsenosť s Minecraftom pri učení pomocou neho je veľmi dôležitá. Čím učiteľ toto prostredie sám lepšie pozná, tým je väčšia šanca, že bude vedieť poradiť svojim žiakom či podnietiť ich k novým nápadom. Poukázali na to vo svojej štúdii aj Marklund a Taylor (Marklund & Taylor, 2015).

Príležitosť na učenie sa pre každé dieťa

Na hodine, ktorú som navštívila boli všetci žiaci do práce naplno ponorení. Na základe pozorovania konštatujem, že neboli rozdiely pri zapojení sa chlapcov a dievčat a ani celkovo sa nenašiel nikto v triede, kto by nebol aktívny. Neskôr mi Marco Vigelini v písomnej komunikácii prezradil, že v triede je chlapec, ktorý potrebuje sociálnu podporu. Ten podľa jeho slov prichádza na kurz ako prvý a odchádza ako posledný a cíti sa integrovaný s triedou.

Žiaci pri tvorbe hier mohli stavať na vlastných skúsenostiach z hrania Minecraftu vo voľnom čase, ako aj na základoch programovania, ktoré nadobudli na začiatku kurzu. Každý žiak mohol svojimi originálnymi nápadmi prispieť k vývoju spoločného diela. Žiaci, ktorí majú s Minecraftom väčšie skúsenosti pravdepodobne vedeli prispieť náročnejšími technikami.

Súťaž v spolupráci s múzeom M9

Kurz nakoniec vyústil tak, že žiaci spojili svoje sily na vytvorenie spoločného projektu do súťaže, ktorú organizoval Marco Vigelini spolu s múzeom M9 sídliacim v Benátkach. Do súťaže sa mohli zapojiť triedy z celého sveta od základnej školy až po prvé dva ročníky na strednej škole. Úlohou bolo navrhnúť v okolí múzea M9 mestskú časť, ktorá je v súlade s trvalo udržateľným rozvojom. Podobne ako v prípade projektu, kde žiaci navrhovali časť Kodane (pozri kapitolu 2), aj tu prácu žiakov posudzovala odborná komisia a ich nápady sa môžu stať realitou. Múzeum M9 má skutočne v pláne udržateľnú mestskú časť vo svojom okolí postaviť a inšpirovať sa pri tom víťaznými nápadmi detí. Do súťaže sa zapojilo 161 talianskych škôl a 27 škôl z iných krajín. Víťazné triedy získali finančnú odmenu a tie z iných krajín naviac pobyt zahŕňajúci tri noci v Benátkach. Medzi víťazov sa zaradili aj práve žiaci z Pacinotti-Archimede. Zdá sa teda, že kurz žiakov reálne pripravil na navrhovanie lepšieho sveta. Aj tento výsledok je vzácnou spätnou väzbou k ich práci.

Záver

Myslím si, že predstavená prípadová štúdia môže byť inšpiráciou pre podobné použitie Minecraftu či už vo formálnom alebo neformálnom vzdelávaní. Tiež môže byť podnetom pre ďalšie skúmanie možností MEE ako aj iných edukačných verzii hier ako nástroja na zmysluplné učenie a učenie sa v 21. storočí.

Hoci sme v triede na kurze mohli pozorovať aktívne zapojenie všetkých žiakov bez rozdielu, dosiahnuť to v iných triedach nemusí byť rovnako úspešné. V tomto prípade mohol úspech súvisieť aj so zameraním školy. Na problémy zapojenia žiakov s rôznymi vstupnými skúsenosťami s Minecraftom do vzdelávacích aktivít s MEE poukazuje štúdia (Marklund, 2015). Autor štúdie tvrdí, že je náročné tvoriť aktivity tak, aby boli dostatočnou výzvou aj pre študentov zdatných v tomto prostredí aj pre študentov, ktorý sú v ňom nový. V tomto smere je výhodne navrhovať aktivity, ktoré majú nízke vstupné očakávania, ale vysoké možnosti kam sa v aktivite posunúť.

Model v ktorom žiaci pracovali užšie v dvojiciach a širšie v skupinách sa zdá byť efektívny a zmysluplný. Každý mal tak mal dostatočný priestor pre zdieľanie svojich myšlienok so svojim najbližším partnerom a zároveň v rámci skupiny si mohli vyskúšať delenie práce, spoločné rozhodovanie o veľkých dôležitých krokoch a skvalitňovať spoločné dielo nápadmi z viacerých perspektív. Zaujímavé môže byť ale preskúmať aj iné formy spolupráce.

Učiteľom, ktorí majú záujem o začlenenie či už Minecraftu alebo inej edukačnej verzie hry do vyučovania odporúčam, aby najskôr sami nadobudli skúsenosti s hrou. Pomôže im to lepšie pochopiť problémy s ktorými sa žiaci môžu stretnúť a zvýši to ich šancu, že budú vedieť profesionálne pomôcť so vzniknutými problémami.

Skúmanie možností využitia hier na vyučovanie je zaujímavá a dobrodružná cesta. Myslím si, že videohry sú skvelým nástrojom na zmysluplné učenie sa a že ich potenciál v tomto smere sa bude čím ďalej viac napĺňať.

Poďakovanie

Chceme sa poďakovať Marcovi Vigelinimu a ostatným učiteľom za možnosť návštevy školy a hodiny a za ich ochotu a ústretový prístup. Za ochotu a ústretový prístup sa chceme poďakovať tiež žiakom na kurze.

Literatúra

Binkley, M. a kol. (2010). *Defining 21st Century Skills. Draft White Paper 1*. The University of Melbourne, ATCS21 Project.

Boalerová, J. (2016). Matematické cítenie. Bratislava: Tatran.

Bruckman, A., (1999). *Can Educational Be Fun? Game Developers Conference '99,* March 1999.

Coakley, D. and Garvey, R. (2015), "The Great and the Green: Sustainable Development in Serious Games", *Proceedings of The 9th European Conference ECGBL 2015*

Creswell, J. (2012). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research.* 5 vyd. New Jersey: Pearson Education.
Devlin, K. (2011). *Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning*. Natick: A. K. Peters, Ltd. Natick, MA.
Fabricatore C. & López X. (2012) "Sustainability Learning through Gaming: An Exploratory Study" *Electronic Journal of e-Learning* Volume 10 Issue 2, 2012, (pp209 - 222), dostupné online na www.ejel.org
Gee, J. P. (2003). *What videogames have to teach us about learning and literacy*. New York: Palgrave Macmillan.
Gee, J. P. (2007). *Good videogames and good learning,* Madison: University of Wisconsin.
Hendl, J., (2008*). Kvalitativní výzkum: Základní teorie, metody a aplikace.* Praha: Portál.
Jenson, J. & Droumeva, M. (2015) "Exploring Media Literacy and Computational Thinking: A Game Maker Curriculum Study" *The Electronic Journal of e-Learning* Volume 14 Issue 2 2016, (pp111-121) dostupne online at www.ejel.org
Kalaš, I. (2012). "Učíme a učíme sa v 21. storočí." *Elektronický zborník konferencie DidInfo* (35-46). Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela. dostupné online na http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2012.pdf
Kalaš, I. a kol. (2013). *Premeny školy v digitálnom veku.* Bratislava: SPN.
Magnussen, R. and Elming, A. L. (2015). "Cities at Play: Children's Redesign of Deprived Neighbourhoods in Minecraft" *Proceedings of The 9th European Conference ECGBL 2015*
Majgaard, G. (2014) "The Playful and Reflective Game Designer" *The Electronic Journal of e-Learning* Volume 12 Issue 3 2014, (pp271-280) dostupné online at www.ejel.org
Marklund, B. B. (2015) "Novices Vs. Experts; Game-Based Learning and the Heterogeneous Classroom Audience", *Proceedings of The 9th European Conference ECGBL 2015*
Marklund, B. B. & Taylor A. S. A. (2015) "Teachers' Many Roles in Game-Based Learning Projects", *Proceedings of The 9th European Conference ECGBL 2015*
Papert, S. (1980). Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas. New York: Basic Books.
Papert, S. & Harel, I. (1991) "Situating Constructionism" *Constructionism. Norwood: Ablex Publishing Corporation* (pp 1-12) dostupné online http://papert.org/articles/SituatingConstructionism.html
Papert, S. (1995). "The Parent Trap*", Time Magazine on November 13, TD34* dostupné online na http://papert.org/articles/parent_trap.html
Papert, S. (1998). "Does Easy Do It? Children, Games, and Learning*", Game Developer magazine,* 88 dostupné online na http://www.papert.org/articles/Doeseasydoit.html
Vygotsky, L. (1978) *Mind and society: The development of higher psychological processes,* Cambridge:Harvard University Press.
OECD. (2012). The Nature of Learning dostupné online http://www.oecd.org/education/ceri/50300814.pdf

OECD. (2015*) Research Protocol for OECD Project on Assessing Progression in Creative and Critical Thinking Skills in Education, OECD Publishing*, dostuplné online http://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=EDU/CERI/CD(2015)12&docLanguage=En

OECD. (2017). *The OECD Handbook for Innovative Learning Enviroments, OECD Publishing*, dostupné online doi.org/10.1787/9789264277274-en

Trilling, B. & Fadel, C. (2009) *21st Century Skills. Learning For Life In Our Time.* Jossey-Bass, A Wiley Imprint, San Francisco.

UNESCO (2015). *The Futures of Learning 2: What kind of learning for the 21st century? UNESCO Education Research and Foresight*, Paris.

UNESCO (2016). *School and teaching practices for twenty-first century challenges: Lessons from the Asia-Pacific region (Phase II): Regional synthesis report.* Paris, France: UNESCO.

UNESCO (2019*). Using technology-assisted project based learning to promote 21st century skills in Portugal*, dostupné online https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000368077

Kontakt

Mgr. Mária Čujdíková
Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave
Mlynská dolina, 84248 Bratislava, Slovenská republika
cujdikova1@uniba.sk

Solving Selected Linear Diophantine Equations and Fermat's Last Theorem

Viliam ĎURIŠ, Tomáš LENGYELFALUSY

Abstract

Instead of his age (84), the epitaph on Diophantine's tomb states a polynomial expression with one unknown, which represents his age: "This is Diophantine's tomb. The inscription on the tomb reveals his age. God vouchsafed that he should be a boy for the sixth part of his life. When a twelfth was added, his cheeks acquired a beard. He kindled for him the light of marriage after a seventh. In the fifth year after his marriage He granted him a son. Alas! late-begotten and miserable child, when he had reached the measure of half his father's life, the chill grave took him. After consoling his grief by this science of numbers for four years, he reached the end of his life." Diophantus was one of the first mathematicians who significantly contributed to the number theory, and particularly to the solution of equations. This paper deals with a special type of equations – the so-called linear diophantine equations with two unknowns – which we can use to solve many practical problems in various areas of contemporary mathematics. In the current paper, we present some interesting examples of these issues and their possible implementation into the Matlab computing environment, which can be used when teaching the number theory and discrete mathematics. The paper also discusses probably the most important diophantine equation in the history of mathematics – the Fermat's Last Theorem – which was introduced by the French lawyer and mathematician Pierre de Fermat, and verified only at the end of the 20th century.

Key words

linear diophantine equations; number theory; Matlab; Fermat's Last Theorem

Introduction

Although scientific interest in mathematics was marginal in the history of science, a significant contribution to it was made by the Greek mathematician Diophantus of Alexandria [1] sometime around 250 AD. In this period, he compiled his work titled *Arithmetica* ("The Science of Numbers") (Joyce, 1996), which was devoted to the theory of algebraic numbers and theory of equations. With his work, Diophantus, the so-called "father of algebra”, significantly influenced mathematics for the centuries to come. The original work of Diophantus had 13 volumes, but only six survived.

The work *Arithmetica* contained 130 equations with an integer solution only, which received the name *diophantine*. The solutions to many of the diophantine equations were unknown for entire centuries. The diophantine equations and their solutions were also analyzed in the 17th century by Pierre de Fermat, a lawyer and amateur mathematician, who made up an unsolvable diophantine equation in 1637 and jotted it down on page 85 of the French translation of *Arithmetica* as a small side-note with a statement "*There is no integer solution of the equation* $x^n + y^n = y^n$" for $n \geq 3$ (Jackson, 2017). He, however, failed to provide a proof, and apparently he must have been struggling with the solution himself despite the fact that his note in *Arithmetica* also states that he indeed had the proof but there was not enough space on the margin.

Although the theorem may look simple at first glance, it took 360 years to verify it. In 1994, it was verified by the English mathematician Andrew John Wiles who synthesized the latest methods and results in algebra, arithmetic, analysis and algebraic geometry and proved one of the properties of elliptic curves defined over the field of rational numbers, which resulted in the verification of Fermat's Last Theorem (Čižmár, 2017). Andrew Wiles verified the validity of Fermat’s Last Theorem already in 1993, however, the correctness of his proof was not recognized by the narrow circle of experts due to a small discrepancy in the proof, the removal of which took another year before presenting the generally approved proof in 1995 in a paper titled *Modular Elliptic Curves and Fermat's Last Theorem*, which was accepted as conclusive evidence. It took Andrew Wiles eight years to verify Fermat’s Last Theorem.

Linear diophantine equations have the following form:

$$ax + by = c,\ \text{(Znám, 1975)}$$

where a, b and c are integers, $a, b \neq 0$. If $c = 0$, the equation is always solvable and the pair $x = y = 0$ is one of the solutions. If one of the numbers x, y in the equation $ax + by = 0$ is other than 0, even the other one will be non-zero.
Suppose that $(a, b) = d, A = \frac{a}{d}, B = \frac{b}{d}$. Subsequently, all integer solutions of the equation

$$ax + by = 0$$

will be pairs of numbers in the form $x = Bt, y = -At$ where t is any integer. If we verify the solution in the equation, we get

$$ax + by = aBt - bAt = a\frac{b}{d}t - b\frac{a}{d}t = 0.$$

The diophantine equation $ax + by = c$ where $c \neq 0$ is solvable if and only if $(a, b)|c$. Let us first suppose that there exist integers X and Y, let us also suppose that $aX + bY = c$ and that the equation is solvable. Then, based on the properties of the greatest common divisor (Jones, 1998), $d|aX + bY = c.$ applies. Conversely, the relation $d = (a, b)|c$ implies the solvability of the equation $ax + by = c$. That means that for the diophantine equation

$$ax + by = c$$

there exist such integers x_0 and y_0 that

$$ax_0 + by_0 = d.$$

According to $d = (a,b)|c$ it is true that $c = d.e$ where e is any integer. Let $x_1 = ex_0, y_1 = ey_0$. Then

$$ax_1 + by_1 = e(ax_0 + by_0) = ed = c$$

and the pair (x_1, y_1) is the solution of the equation $ax + by = c$.

One solution of the diophantine equation $ax + by = d$ where $d = (a,b)$ can easily be found by using the Euclidean algorithm (Pommersheim, 2010) because (a,b) can always be expressed as a linear combination of numbers a, b. If $c = ed$ then we arrive at the solution of the equation $ax + by = c$ when the solution of the equation $ax + by = (a,b)$ is multiplied by number e.

In the Euclidean algorithm, it is enough to identify the greatest common divisor of natural numbers because divisibility does not depend on the sign. If $a \geq b$ are two natural numbers, we can determine (a,b) algorithmically using the remainder divisibility theorem (Znám, 1975). For the numbers a, b there exist such (whole) numbers q_1 a r_1 that

$$a = bq_1 + r_1, 0 \leq r_1 < b.$$

If $r_1 = 0$ then $b|a$ and it is true that $(a,b) = b$. We found the greatest common divisor. If $r_1 > 0$, we apply the specified assumption on the pair of numbers b and r_1. Thus, there exist such numbers r_2 and q_2 that

$$b = r_1q_2 + r_2,\ 0 \leq r_2 < r_1 \text{ applies.}$$

If $r_2 = 0$, the process ends. Since $a = bq_1 + r_1 = (r_1q_2 + 0)q_1 + r_1 = r_1q_2q_1 + r_1 = (q_2q_1 + 1)r_1$, and so $r_1|a, r_1|b$, that means that r_1 is the common divisor, and it follows from the second definition of the greatest common divisor that it is the greatest common divisor of the numbers a and b. If $r_2 > 0$, we continue and determine the relation

$$r_1 = r_2q_3 + r_3, 0 \leq r_3 < r_2.$$

We continue until some of r_i is equal to 0. We always arrive at this state because the numbers $b, r_1, r_2, \ldots$ form a decreasing sequence of non-negative integers. After a finite number of steps, we get one element that will be equal to zero. If we suppose that $r_i = 0$, we get the following system:

$$\begin{gathered}
a = bq_1 + r_1, 0 \leq r_1 < b \\
b = r_1q_2 + r_2, 0 \leq r_2 < r_1 \\
r_1 = r_2q_3 + r_3, 0 \leq r_3 < r_2 \\
\vdots \\
r_{i-3} = r_{i-2}q_{i-1} + r_{i-1}, 0 \leq r_{i-1} < r_{i-2} \\
r_{i-2} = r_{i-1}q_i
\end{gathered}$$

The greatest common divisor of the two numbers a and b is equal to the last divisor in the Euclidean algorithm applied to number a and b:

$$(a, b) = r_{i-1}$$

We first show that $(a, b) = (b, r_1)$. If we suppose that $(b, r_1) = d$, the first equality of the above system shows that $d|a$, therefore d is a common divisor of the numbers a and b . It follows from the second definition of the greatest common divisor that $d|(a, b)$. After rearranging the first equality in the system, we get $r_1 = a - bq_1$. Then, each common divisor of number a and b is a divisor of r_1, and also $(a, b)|r_1$. On the other hand, $(a, b)|b$, and so the following applies according to the second definition of the greatest common divisor (Koshy, 2001):

$$(a, b)|(b, r_1) = d$$

It results from the relations $d|(a, b), (a, b)|d$ that $(a, b) = d = (r_1, b)$. Other equalities apply analogically.

$$(b, r_1) = (r_1, r_2) = \cdots = (r_{i-2}, r_{i-1})$$

The last equality in the system shows that

$$(r_{i-2}, r_{i-1}) = r_{i-1},$$

because $r_{i-1}|r_{i-2}$. In the end, we get

$$(a, b) = (b, r_1) = (r_1, r_2) = \cdots = (r_{i-2}, r_{i-1}) = r_{i-1}.$$

The penultimate equality in the Euclidean algorithm can be annotated as

$$r_{i-3} = r_{i-2}q_{i-1} + r_{i-1} = r_{i-2}q_{i-1} + (a, b).$$

After a rearrangement, we get

$$(a, b) = r_{i-3} - q_{i-1}r_{i-2}.$$

Thus, we expressed (a, b) in the form $Ar_{i-3} + Br_{i-2}$. If we go back to the previous equality in the Euclidean algorithm, we can express r_{i-2} as a combination of number r_{i-3} and r_{i-4}. If we substitute this expression into the relation $(a, b) = r_{i-3} - q_{i-1}r_{i-2}$, we get (a, b) expressed in the form $Cr_{i-3} + Dr_{i-4}$. If we proceed further, we finally get (a, b) expressed in the form $Ma + Nb$ where M and N are integers. The greatest common divisor (a, b) was expressed using the Euclidean algorithm as a linear combination of numbers a, b.

Using the `mod` (Mathworks, 2019a) function and knowledge that $b = 0$ $(a, b) = |a|$ (Znám, 1975) follows from the the definition of greatest common divisor, the Euclidean algorithm for natural numbers can be implemented as a recursive function in the Matlab computing environment:

```
function d = gcd(a, b)
if b == 0
   d = a;
   return;
else
   d = gcd(b, mod(a, b));
end
```

A linear combination of number a, b can be obtained through the Extended Euclidean algorithm:

```
function [x, y, d] = gcd_pairs(a, b)
if b == 0
   x = 1;
   y = 0;
   d = a;
   return;
else
   [xn, yn, d1] = gcd_pairs(b, mod(a, b));
   x = yn;
   y = xn - floor(a / b) * yn;
   d = d1;
end
```

Let (x_0, y_0) be the solution of the equation $ax + by = c$. Then the pair of integers (r, s) is its solution if and only if it has the form $r = x_0 + \frac{b}{d}t, s = y_0 - \frac{a}{d}t$. If the pair (r, s) is the solution of $ax + by = c$,

$$ar + bs = c = ax_0 + by_0 \text{ applies.}$$

After a rearrangement,

$$a(r - x_0) = -b(s - y_0).$$

Suppose that $d = (a, b)$ and divide the last equality by the number d. Then

$$\frac{a}{d}(r - x_0) = -\frac{b}{d}(s - y_0).$$

It is true that $\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$. Then $\frac{a}{d}$ is the divider of the number $s - y_0$ and $s - y_0 = u \cdot \frac{a}{d}$. Identically, we get $r - x_0 = t \cdot \frac{b}{d}$ where u, t are integers. After a substitution into the last equation, we get:

$$\frac{a}{d}\left(\frac{b}{d}t\right) = -\frac{b}{d}(\frac{a}{d}u), \text{ whence } t = -u.$$

Overall,

$$r = x_0 + \frac{b}{d}t, s = y_0 - \frac{a}{d}t, t \in \mathbb{Z},$$

and each number in this form is the solution of the equation $ax + by = c$:

$$a\left(x_0 + \frac{b}{d}t\right) + b\left(y_0 - \frac{a}{d}t\right) = (ax_0 + by_0) + \frac{ab}{d}t - \frac{ab}{d}t = ax_0 + bx_0 = c.$$

Examples of linear diophantine equations and solutions in the Matlab computing environment

This section contains a compilation of some interesting mathematical tasks (mostly from the collection (Davydov, 1972)), which make use of the linear diophantine equations with two unknowns. They are appropriate from the didactic perspective, and can be used in the teaching process, e.g. when teaching the number theory or discrete mathematics. Also, these tasks are representative of the basic task types, which we normally encounter when teaching this issue.

Example 1 Find the solution of the diophantine equation $30x + 12y = 6$.. This equation is solvable because $(30,12)|6$.

Solution. We use the Euclidean algorithm for numbers 30 and 12.

$$30 = 12.2 + 6$$
$$12 = 6.2 + 0$$

Then, we get number 6 expressed as a linear combination of number 30 and 12: $6 = 30.1 + 12(-2)$, thus the pair $x = 1, y = -2$ is the solution.

Example 2 Find the solution of the diophantine equation $30x + 12y = 12$.. This equation is solvable because $(30,12)|12$.

Solution. One solution of the diophantine equation $30x + 12y = 6$ is $x = 1, y = -2$ while $12 = c = ed = 2 \cdot 6$. Then one of the solutions of the equation $30x + 12y = 12$ is the pair $X = 2 \cdot 1 = 2, Y = 2(-2) = -4$.

Example 3 Find all the solutions of the diophantine equation $30x + 12y = 12$.

Solution. One solution of the equation $30x + 12y = 12$ is the pair $X = 2, Y = -4$. Then all the solutions of the given equation have the form $x = 2 + \frac{12}{6}t = 2 + 3t, y = -4 - \frac{30}{6}t = 4 - 5t$ (kde t is an integer).

Example 4 Find all positive numbers with a remainder of 4 when divided by 19 and 1 when divided by 11.

Solution. When defining the quotients x and y , we get the equation $19x + 4 = 11y + 1$. Thence $x = 11t + 1,\ y = 19t + 2$. Then the numbers we are searching for are $19x + 4 = 19(11t + 1) + 4 = 11(19t + 2) + 1 = 209t + 23$ where $t \geq 0$.

Example 5 For what numbers *x* do the numbers $\frac{3x-1}{7}$, $\frac{7x-1}{5}$ also work as integers?

Solution. Let $\frac{3x-1}{7} = y$, $\frac{7x-1}{5} = z$. Then $3x - 1 = 7y,\ 7x - 1 = 5z$. Thence $7\frac{7y+1}{3} - 1 = 5z$. Next, $7(7y + 1) - 3 = 15z$. In the end, we get $49y - 15z = -4$. We solve the diophantine equation and substitute the solution into the first equation.

The linear diophantine equation is either unsolvable, or it has an infinite number of solutions (t can be any integer). When solving the diophantine equations, other limitations (apart from integers) may be defined in the task text for x and y (the most common conditions are positiveness, or at least non-negativity of these solutions). Generally, such tasks then only have a finite number of solutions.

Example 6 Show all isosceles triangles whose sides are integers and the perimeter is 40 cm.

Solution. Our task is to solve the diophantine equation $2x + y = 40$ as an integer. First, we determine the solvability condition $(2,1) = 1|40$. One solution of the equation is e.g. $x_0 = 40,\ y_0 = -40$. Then all the solutions of the equation are $x = 40 + t,\ y_0 = -40 - 2t$ where $t \in \mathbb{Z}$. Since the sides of the triangle must be positive, it is true that $x = 40 + t > 0$ and $y = -40 - 2t > 0$. Thence $t > -40$ a $t < -20$. Furthermore, for the sides to form a triangle, the so-called triangle inequality shall apply (the sum of the lengths of any two sides of the triangle must be greater than the length of the third side). Then it is true that $2x > y$ and $x + y > x$. The condition $x + y > x$ with positive numbers shall apply trivially. For this reason, all we have to do is to examine the limitation $2(40 + t) > -40 - 2t$. Thence $t > -30$. Overall, if $t > -40,\ t < -20$ and $t > -30$ applies at the same time, we get a finite number of solutions given by the set $t \in \{-29, \cdots, -21\}$.

However, some tasks with diophantine equations need not (and/or should not) be solved with standard algorithmic procedures but rather logical considerations and/or other tools in the number theory.

Example 7 A new student came to class at the end of 1960. When asked about his age, he replied: "My age is equal to the sum of the digits of my year of birth." How old was the student?

Solution. The student's year of birth can be annotated in the form $1900 + 10x + y$. According to the conditions in this task, $1960 - (1900 + 10x + y) = 1 + 9 + x + y$. Thence $11x + 2y = 50$. It follows from the equation that *x* must be an even number. Furthermore, $y \geq 0$ and $y < 10$. Under these conditions, we can easily find the solution $x = 4$, $y = 3$. The student was born in 1943 and is 17 years old.

Example 8 Show an integer solution of the equation $ax + by = c$ when $a^n + b^n = c$ while a, b, c are coprime numbers, $n > 0$.

Solution. Since, according to the assumption, a, b, c are coprime numbers, the equation is solvable because $d = (a, b) = 1|c$ and the relationship $a^n + b^n = c$ indicates that $a \cdot a^{n-1} + b \cdot b^{n-1} = c$. One of the solutions of the equation is $x_0 = a^{n-1}$, $y_0 = b^{n-1}$. Subsequently, all integer solutions of the equation are $x_0 = a^{n-1} + \frac{b}{d}t$, $y_0 = b^{n-1} - \frac{a}{d}t$, $t \in \mathbb{Z}$.

Linear diophantine equations can be solved very efficiently, for example in the Matlab computing environment using the built-in "`solve`" function (Mathworks, 2019b). For example, if we want to find the solution of the diophantine equation $30x + 12y = 6$, we can use a simple script:

```
syms x y
assume([x y], 'integer')
eqn = 30*x + 12*y == 6;
[xSol, ySol] = solve(eqn,[x y])
```

Fermat's Last Theorem

The second book of *Arithmetica* (Joyce, 1996) by Diophantus contains a task to show the square a^2 of the natural number a in the form of sum of the squares of two integers b, c, that is, to solve the equation $a^2 = b^2 + c^2$ with natural numbers. Fermat made the following remark to this task on the margin of *Arithmetica*: "*It is not possible to decompose a cube into two cubes, or a biquadrate into two biquadrates, and generally, a power higher than two into two powers with the same exponent. I found a truly remarkable proof for it, but the margin is too small for me to write it down.*" (Čižmár, 2017)

Fermat's assertion is referred to as *Fermat's Last Theorem* or *Fermat's Conjecture* (because he made it before his death) in the history of mathematics, and it can be formulated as follows: "*The equation $x^n + y^n = y^n$; $x > 2$; $x, y, z \neq 0$ has no integer solution.*"

There is no evidence that Fermat actually had the proof or sent it to someone by mail because no one could solve this problem for centuries after him. There were only a few problems in the history of mathematics that intrigued the mathematical community as much as Fermat's assertion. Fermat's theorem was only discovered after Fermat's death in 1665 by his son Samuel de Fermat who cataloged his articles for publication (Jackson, 2017). However, he could not find any general proof of the "Last Theorem" in any of his father's writings. In his correspondence, Fermat only mentioned the cases $n = 3,4$, and he even proved the theorem for $n = 4$.

In the period from 1630 to the end of the 20th century, thousands of mathematicians – ranging from amateurs to key personalities the history of mathematics – were trying to find a proof for Fermat's Theorem, and these experiments made a significant contribution to the number theory and other related disciplines with new pieces of knowledge and methods. The problem was ultimately solved in the 20th century by a number of mathematicians such as Yutaka Taniyama, Goro Shimura, Gerhard Frey, Kenneth Alan Ribet, Andrew John Wiles and Richard Lawrance Taylor (Čižmár, 2017). Andrew John Wiles is the author of the full proof.

The following Matlab code, stored as a "`fermat.m`" script, displays the number of Fermat solutions within the user-specified number of input iterations for $n = 2$ (of which there is an infinitely large number):

```
iter = input('Enter the count of iterations:');
n = 2;
for x = 1:iter
   for y = 1:iter
        for z = 1:iter
             if (x^n) + (y^n) == (z^n)
                  fprintf('x = %2d, y = %2d, z = %2d\n',
                  x, y, z);
             end
        end
   end
end
```

Let us show how many solutions the algorithm is going to find for 20 iterations:

```
>> fermat
Enter the count of iterations:20
x =  3, y =  4, z =  5
x =  4, y =  3, z =  5
x =  5, y = 12, z = 13
x =  6, y =  8, z = 10
x =  8, y =  6, z = 10
x =  8, y = 15, z = 17
x =  9, y = 12, z = 15
x = 12, y =  5, z = 13
x = 12, y =  9, z = 15
x = 12, y = 16, z = 20
x = 15, y =  8, z = 17
x = 16, y = 12, z = 20
```

For more details and the entire dramatic history of the Fermat's Theorem as the greatest mathematical problem for several centuries, see e.g. (Singh, 1997).

Conclusion

In ancient Greece, there were a number of important mathematicians who, however, mainly focused on geometry and logic and paid limited attention to algebra and the number theory. Diophantus was one of the key Greek mathematicians in Alexandria and one of the most original thinkers of the Alexandrian school. His work dates back to around 250 BC and *Arithmetica*, which deals with the number theory, was his key contribution to mathematics. Diophantus was a key figure in the development of algebra because he introduced the today's symbolic notation of equations (Livio, 2006). Diophantus only envisaged positive solutions for his equations, which were limited to those that can be expressed with natural numbers or as fractions. Today, Diophantus is known especially for the special class of equations called *diophantine*, which are named after him. This paper was devoted to the solution of diophantine equations with two unknowns in the first step (i.e. linear diophantine equations) and it included the theoretical basis, some special tasks and the possible use in Matlab. Fermat's Last Theorem, which took 356 years to solve, is probably the most famous diophantine equation in the history of mathematics. One algorithmic solution for $n = 2$ in the Matlab computing environment is also included in our paper.

References

Clifford A. P. (2011). The Math Book: From Pythagoras to the 57th Dimension, 250 Milestones in the History of Mathematics. New York, NY: Sterling Publishing, ISBN: 9781402757969.

Joyce D. E. (1996). Euclid's Elements. Department of Mathematics and Computer Science, Clark University. Available at: https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/java/elements/toc.html, accessed 2nd of March, 2019.

Jackson T. (2017). Mathematics: An Illustrated History of Numbers (Ponderables: 100 Breakthroughs that Changed History) Revised and Updated Edition. New York, NY: Shelter Harbor Press, ISBN: 9781627950954.

Čižmár J. (2017)Dejiny matematiky – od najstarších čias po súčasnosť. Bratislava, Slovak Republic: PERFECT, ISBN: 9788080468293.

Znám Š. (1975). Teória čísel. Bratislava, Slovak Republic: SPN.

Jones G. A. & Jones, J. M. (1998). Elementary Number Theory, London: Springer, London, ISBN: 9783540761976.

Pommersheim J. E. & Marks T. K. & Flapan E. L. (2010). Number theory. USA: Wiley, 753 p., ISBN 978-0-470-42413-1.

Koshy T. (2001). Elementary Number Theory with Applications. USA: Academic Press, 1st ed., ISBN: 9780124211711.

Mathworks. (2019a). Online documentation. Available at: https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/mod.html, accessed 16th of April, 2019.

Davydov U. S. & Znám Š. (1972). Teória čísel – základné pojmy a zbierka úloh. Bratislava, Slovak Republic: SPN.

Mathworks. (2019b). Online documentation. Available at: https://www.mathworks.com/help/symbolic/solve.html, accessed 16th of April, 2019.

Singh S. (1997). Fermat's Last Theorem. London: Fourth Estate Limited. ISBN: 9781857025217.

Livio M. (2006).The Equation That Couldn't Be Solved: How Mathematical Genius Discovered the Language of Symmetry. Simon & Schuster: US, ISBN 9780743258210.

Contact

RNDr. Viliam Ďuriš, PhD.
Department of Mathematics Faculty of Natural Sciences Constantine the Philosopher University in Nitra
Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra, Slovakia
email: vduris@ukf.sk

doc. PaedDr. Tomáš Lengyelfalusy, PhD.
Department of Didactics, Technology and Educational Technologies, DTI University
Sládkovičova 533/20, 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovakia
email: lengyelfalusy@dti.sk

The interaction and communication strategies for managing learning process in relation to cheating

Interakčné a komunikačné stratégie riadenia vyučovacieho procesu v súvislosti s podvádzaním

Gabriela GABRHELOVÁ, Lívia HASAJOVÁ

Abstract

Didactic interactivity is actually a mutual communication between a teacher and a pupil. It is like feedback on what is happening in the classroom. If there is good communication between the two, there is no reason to cheat. It is like feedback on what is happening in the classroom. However, if a pupil feels that communication is bound somewhere, in most cases the pupil runs to cheat. The question arises why, for example, in a written test, or even orally, a pupil is deceiving.

Key words

didactic interactivity; interaction strategies; school cheating.

Abstrakt

Didaktická interaktivita je vlastne vzájomná komunikácia medzi učiteľom a žiakom. Je to akoby spätná väzba toho, čo sa odohráva na vyučovani. Ak je medzi týmito dvoma činiteľmi dobrá komunikácia, tak nie je dôvod na podvádzanie. Je to akoby spätná väzba toho, čo sa odohráva na vyučovani. Ak však má žiak pocit, že komunikácia niekde viazne, vo väčšine prípadov sa žiak utieka k podvádzaniu. Nastáva tu otázka, prečo žiak podvádza napríklad pri písomných testoch alebo aj ústne. Riešením pre učiteľa by mala byť aplikácia interakčných a komunikačných stratégii vo vyučovacom procese.

Klíčová slova

didaktická interaktivita; interakčné stratégie; školské podvádzanie.

Úvod

V súčasnosti sa čoraz častejšie kladie dôraz na modernizáciu vyučovania. Učitelia sa snažia uľahčiť žiakom učivo a vytvárajú pre nich moderné vyučovanie prostredníctvom didaktickej interaktivity. Snažia sa v rámci pedagogickej komunikácie vytvárať spätnú väzbu a udržiavať vzťahy na dobrej úrovni, aby sa žiaci v rámci sociálnej klímy triedy cítili príjemne a tešili sa na vyučovanie. Nie vždy je to mu tak, ak berieme do úvahy sociálnopatologické javy, ako napr. podvádzanie na vyučovacej hodine. Podvádzanie žiakov môže mať rôzne príčiny v adolescentom veku úplne prirodzené a bežné.

Didaktická interaktivita

Didaktickou interaktivitou chápeme všeobecnú vlastnosť vyučovania, ktorá umožňuje vzájomnú komunikáciu medzi žiakom a učiteľom, rovnako ako medzi žiakmi navzájom, alebo aj medzi žiakmi a učebným obsahom, učebnými pomôckami a didaktickou technikou. Všeobecne ide o efektívne prepojenie do jedného celku všetky zložky didaktického procesu. Môžeme si to predstaviť ako kombináciu čítania, písania, diskusie, počúvania, alebo individuálnej tvorby a spätnej väzby. Na nasledujúcom obrázku si ukážeme ideálnu didaktickú interaktivitu (Lnger, 2016).

Obrázok 1: Didaktická interaktivita

Zdroj: Lenger, 2016, s. 193

Akokoľvek budeme nad interakciou uvažovať, zistíme, že najviac ju spájame s didaktickou stránkou vyučovacieho procesu. Vyučovací proces je proces interakčný, v ktorom je učiteľ so žiakom v neustálom kontakte. Všetky činnosti, ktoré sa na hodine dejú majú pre interakciu veľký význam. Ako sa učiteľ vyjadruje o domácich úlohách, ako skúša, ako sprostredkúva nové učivo, ale aj ako ho upevňuje, ako hodnotí priebeh a výsledky vyučovacej hodiny, to všetko je didaktická interaktivita. Didaktické aspekty interaktivity znamenajú, že o nej budeme hovoriť vo vzťahu k realizácii a priebehu výchovnovzdelávacieho procesu. Z viacerých oblastí uvedieme predovšetkým psychologické aspekty vyučovacieho procesu, vzťahy medzi učiteľom a žiakom pri skúšaní a hodnotení apod. (Petlák, Fenyvesiová, 2009). V edukačnom procese chápeme didaktickú interaktivitu ako súčasť kultury v konkrétnej vzdelávacej inštitúcii. Vašutová (2007, s. 18) chápe interaktivitu ako vzájomné pôsobenie a ovplyvňovanie subjektov. Interaktivita je vzájomná komunikácia a interakcia je vzájomné pôsobenie učiteľa na žiaka a naopak. Autorka preto upriamuje svoju pozornosť na tri typy interakcií, ku ktorým zaraďujeme:

- Interpersonálna interakcia – jej podstatou je vzťah učiteľa na žiaka, učiteľa na žiakov, žiaka na žiaka, učiteľa na učiteľa, učiteľa na riaditeľa;
- Produktívno-vecná interakcia – predstavuje vzájomné pôsobenie edukačných javov napr. veda na výskum, kurikulum na vyučovanie, prax na obsah vzdelávania apod.;
- Personálno-vecná interakcia tvoria predovšetkým vzťahy medzi osobami a javmi v rámci výchovno-vzdelávacieho procesu. O interakcii hovoríme aj z rôznych hľadísk zamerania vo výchovno-vzdelávacom procese. Ako uvádza Petlák, Fenyvesiová (2009, s. 55) ide o:
    - Interakcie zamerané na realizáciu didaktických úloh tj. uplatňujú sa v priebehu celej vyučovacej hodiny.
    - Interakcie, ktoré sú zamerané na správanie žiakov tj. uplatňujú sa vtedy, ak učiteľ zámerne pôsobí na žiakov;
    - Interakcie iného typu tj. sú také, kde vedie učiteľ so žiakmi rozhovor za účelom zistenia istých údajov, ktoré sa najčastejšie vyskytujú na triednických hodinách.

Komunikačné a interakčné stratégie učiteľa na vyučovacej hodine v súvislosti s podvádzaním žiakov

Do vzájomnej interakcie vstupujú učiteľ i žiak s istou stratégiou. Vychádzajúc z uvedenej definície interakcie chápeme učiteľovu prístupovú stratégiu ako určujúcu. Žiacka odvetná stratégia je potom odozvou na správanie učiteľa. Myšlienkový proces, ktorý pri interakcii prebehne vo vedomí učiteľa, prechádza piatimi fázami od evidencie pochybenia cez skúmanie príčin žiakovho chybného konania a hodnotenie ponúkaných možností reakcií učiteľa až po jeho rozhodnutie a pozorovateľné konanie, teda reakciu. Interakčnú stratégiu učiteľa, ktorú Hejný a Kuřina (2015, s. 176) rozdeľujú na postojovú a dialogickú, sme v tabuľke upravili vzhľadom k podvádzaniu žiakov.

Tabuľka 1 – Interakčná stratégia učiteľa k podvádzaniu žiakov

Interakčná stratégia učiteľa	Postojová	Dialogická
Evidovanie chyby	predpojaté	prieskumné
Skúmanie príčin chybného žiakovho konania	povrchné	empatické
Hodnotenie žiaka a podvodu	tézovité	komplexné
Rozhodnutie učiteľa o reakcií na podvádzanie	definitívne	podmienené
Konanie - reakcia učiteľa	mocenské	dialogické

(Zdroj: Vlastné spracovanie)

Charakteristiky z tabuľky sú teda nástrojom na skúmanie interakčnej stratégie učiteľa najmä v prípade, ak učiteľ reaguje na chybné alebo disciplinárne narušené správanie žiaka. Zďaleka nepokrývajú plné spektrum možných typov interakcie, charakterizujú len krajné polohy spektra, v ktorom sa nachádza prevažná väčšina všetkých učiteľských edukačních zásahov. Dialogická prístupová stratégia poukazuje na učiteľovu snahu zistiť príčiny, ktoré žiaka viedli k nežiaducemu konaniu a správaniu. Aby učiteľ tieto príčiny zistil, vstupuje do dialógu so žiakom. Jej charakteristickými črtami sú permanentný dialóg učiteľa so žiakmi, zosúladená motivácia a spoločná radosť oboch zúčastnených strán. Podľa Hejného a Kuřiny (2015, s. 178) dialogický prístup víta každý podnet žiaka, ktorý obohatí ich spoločné dielo o nový zážitok, ide o spoločnú tvorivú prácu učiteľa a žiakov. Pre jednotlivé fázy interakcie medzi učiteľom a žiakmi sú príznačné tieto rysy:

- Vnímavosť na impulzy, ktoré oslovujú najmä žiaka. Učiteľ reaguje na žiacku prácu, jeho snahu, strach, smútok, radosť, beznádej, ale aj spoločenský závažné konanie.
- Komplexné monitorovanie žiaka, kde učiteľ má snahu o čo najlepšie porozumenie príčiny vzniku podvádzania. Učiteľ ho získava dialógom so žiakmi a analýzou svojich pedagogických zážitkov. - Alternatívne zvažovanie, kde učiteľ pri voľbe reakcie na podvod žiaka má na zreteli nielen konkrétneho žiaka, ktorý sa podvodu dopustil, ale aj individualitu žiakov a triedu ako celok. Učiteľ zvažuje, či žiaka na podvod upozorní alebo dá príležitosť k tomu, aby podvod objavila celá trieda alebo konkrétny žiak.
- Zodpovedné rozhodnutie, ktoré rešpektuje hodnotový systém učiteľa.
- Demokratické konanie, kde učiteľ nezneužíva moc, ktorú mu dáva jeho inštitucionálna rola. Učiteľ využíva prirodzenú autoritu, ale dôsledne dodržiava pravidlá spolužitia a nesie zodpovednosť za organizáciu práce celej triedy. Ako uvádza Hošpesová a Tichá (in Janík a kol., 2009, s. 121) učiteľ pri bežnom vyučovaní mnohokrát nemá čas hľadať a zvažovať alternatívy svojej reakcie voči žiakovi. Nad svojím konaním sa môže spätne kriticky zamyslieť, čím sa do budúcnosti zvýši pravdepodobnosť účinnejšej reakcie v podobnej situácii. Významnou pomôckou učiteľa môže byť jeho pedagogický denník, prípadne videozáznam vyučovacej jednotky. Postojová prístupová stratégia je charakteristická pevným postojom, ktorý učiteľ zaujme pri riešení edukačnej situácie a problému. Konanie a správanie žiaka učiteľ prijíma tak, ako ho pri prvom kontakte s ním eviduje, reaguje rýchlo, objektívne a jednoznačne.

Vyučovacia hodina s touto prístupovou stratégiu je pedagogickým priestorom, v ktorom musí realizovať určitú prácu (Hošpesová, Tichá in Janík a kol., 2009). Hejný a Kuřina (2015, s. 178) uvádzajú, že učiteľ sa danej úlohy najefektívnejšie zhostí, ak v žiakoch vypestuje také návyky správania, ktoré uvoľnia všetku ich energiu na učenie. Učiteľ tým rozumie prelínanie a osvojovanie si jednotlivých poznatkov. Všetko, čo narúša priebeh vyučovania, učiteľ považuje za nežiaduce a snaží sa tomu zabrániť. Pre jednotlivé fázy interakcie medzi učiteľom a žiakmi sú príznačné tieto rysy:

- „Vnímavosť na impulzy, ktoré narúšajú štandardný priebeh vyučovania.
- Dotykové monitorovanie. Učiteľ nezisťuje príčiny konania žiaka, ale vysvetľuje si ich na základe „nálepky" žiaka.
- Fáza zvažovania v postojovej prístupovej stratégii neexistuje, je zastúpená „nálepkovaním".
- Tézovité rozhodovanie. Ku každému podvodu a danému typu žiaka má učiteľ istú tézu, ktorá hovorí, akú reakciu má vzhľadom na konanie žiaka zvoliť. Napríklad ak žiak opisoval, dostane pätorku.
- Mocenská realizácia zámerov učiteľa. Učiteľ k presadeniu svojej vôle používa inštitucionálnu moc, ktorá vyplýva z jeho postavenia".

Dve polarity charakterizujúce edukačný štýl učiteľa (transmisívny a konštruktivistický prístup) a interakčná stratégia učiteľa (postojová a dialogická) spolu súvisia. Všeobecne platí, že konštruktivistický prístup vyžaduje skôr dialogickú interakčnú stratégiu a transmisívny prístup sprevádza postojová stratégia.

Záver

Akademická nečestnosť sa vyskytuje aj na Slovensku. Téma školského podvádzania si získala v posledných rokoch veľkú pozornosť a všeobecné zistenia boli znepokojujúce. Hoci ešte stále nie je jasné, či akademické pochybenia stúpajú alebo nie, väčšina štúdií zistila, že miera takého správania je pomerne vysoká. Výskumní pracovníci tiež zistili, že problém nie je jedinečný len pre jednu krajinu. Štúdie boli vykonané v Pakistane, USA, Portugalsku, Egypte, Číne a odhalili značné množstvo podvádzania študentov. V odporúčaniach pre prax prinášame informácie o tom, ako zabrániť žiakov podvádzať na vyučovacej hodine:

- Učitelia by mali vykonať preventívne opatrenia, aby predišli pravdepodobnosti, že ich žiaci budú opäť podvádzať.
- Na vyučovaciu hodinu treba priniesť niekoľko jednoduchých stratégií, aby boli žiaci v budúcnosti úprimní.
- Žiakovi treba povedať, aby nepodvádzal, že to nie je pekné, a že si tým ani veľmi nepomôže.
- Učitelia by mali vyjadriť svoje očakávania jasne a povedať žiakom „Očakávam, že budeš čestný a budeš ma oči na vlastnom papieri".
- Učiteľ by mal preskúmať hodnoty, ktoré vnáša do svojich žiakov.
- Učiteľ by mal zvážiť, koľko hovorí so svojimi žiakmi o dôležitých dobrých stupňoch verzus o tom, do akej miery diskutujú o význame čestného človeka.
- Žiaci by mali diskutovať o čestných hodnotách a mravoch a o tom, že podvádzanie bude tak či tak odhalené a nepomôže im to v dobrých výsledkoch a ani v živote.

- Učiteľ by mal byť pre žiaka čestným vzorom.
- Vysvetlite žiakom, že sú v živote síce chvíle, kedy ľudia klamú, len aby ušetrili niečí pocit, (napr. ak sa Vás kamarát opýta, či milujete jablkový koláč a vy ho nechcete uraziť tak poviete, áno – ale v skutočnosti jablkový koláč radi nemáte).
- Učiteľ by mal zvážiť trest pre žiaka, ktorý podviedol aj opakovane.
- Pre žiakov platí, že pokiaľ im ide o známky a akademické výsledky, nesmú sa uchyľovať k podvádzaniu, pretože ich stihne trest alebo opakovanie testu, či ústna odpoveď.
- Učiteľ by mal chváliť úsilie žiaka, nie jeho výsledok. Žiakovi treba povedať „Skvelá práca, pracoval si tak tvrdo“ alebo „Skvelá práca, si šikovný“.
- V rámci interakčních stratégii by sme učiteľom a žiakom odporúčali, aby medzi sebou komunikovali a ak niečomu nerozumejú sa učiteľa opýtali. Myslíme si, že ani jeden učiteľ nie je taký, aby im nepodal pomocnú ruku a nevysvetlil dodatočne učebnú látku, pokiaľ niečomu nerozumejú a zdá sa im to ťažké.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantového projektu KEGA 001 DTI - 4/2018 Školské podvádzanie ako problémový aspekt hodnotenia výsledkov výchovno-vzdelávacieho procesu na stredných školách.

Literatura

Bajtoš, J., Marhevková, A. (2016). *Školské podvádzanie – problémový aspekt hodnotenia výkonov žiakov*. 1. vydanie. Bratislava : Wolters Kluwer, 2016. s. 104. ISBN 978-80-8168-452-4.

Hejný, M. 2014. Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně. 1. vydanie. Praha : Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, 2014. 229 s. ISBN 978- 80-7290-776-2.

Helus, Z. (1982). Pojetí žáka a perspektivy osobnosti. Praha : Slovenské pedagogické nakladatestvo, 1982. 196 s. Brno : Paido, 2009. ISBN 978-80-7315-176-8.

Janík, T. a kol. 2009. Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelu. Brno : Paido, 2009. ISBN 978-80-7315-176-8.

Lenger, T. 2016. Moderní lektor. Průvodce úspešního vzdělávaní dospělých. 1. vydaní. Praha : Grada. 224 s. ISBN 978-80-271-9187-1 (e-pub).

Mareš, J. (2005). *Tradiční a netradiční podvádění ve škole*. In Pedagogika R. 55, s. 310– 335. ISSN 0031-3815.

Petlák, E., Fenyveisová, L. (2009). *Interakcia v edukácii.* Bratislava : Iris. 137 s. ISBN 978-80-89256-31-0.

Kontakt

doc. PaedDr. Mgr. Gabriela Gabrhelová, PhD., DBA, LL.M
VŠ DTI
Sládkovičova 533/20, 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovenská republika
gabrhelova@dti.sk

PaedDr. Lívia Kjelden, PhD.
VŠ DTI
Sládkovičova 533/20, 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovenská republika
hasajova@dti.sk

The methods of assessment in mathematics with an emphasis on prevention cheating programs

Metódy hodnotenia v matematike s dôrazom na prevenčné programy školského podvádzania

Lívia HASAJOVÁ

Abstract

How to classify a pupil who cheats for lessons? It is important to find the answer why the pupil cheats and what leads him to do so. There are traditional and non-traditional forms of school cheating, but also so-called. plagiarism not only in mathematics. Didactic interactivity enables two-way communication between pupil and teacher. These are all the activities that take place in the teaching process and thus the cheating. If the teacher and the pupil do not know each other and the pupil wants to have a positive assessment and results, he / she starts with illegal communication and cheating.

Key words

assessment; school cheating; prevention programs; mathematics didactics

Abstrakt

Ako klasifikovať žiaka, ktorý na vyučovacej hodine podvádza? Je dôležité nájsť odpoveď, prečo žiak podvádza a čo ho k tomu vedie. Existujú tradičné a netradičné formy školského podvádzania, ale aj tzv. plagiátorství nielen v matematike. Didaktická interaktivita umožňuje obojstrannú komunikáciu medzi žiakom a učiteľom. Ide o všetky aktivity, ktoré sa dejú na vyučovacom procese a teda aj podvádzanie. Ak učiteľ a žiak medzi sebou komunikovať nevedia, a žiak chce mať pozitívne hodnotenie a výsledky, začína s nelegálnou komunikáciou a podvádzaním.

Klíčová slova

hodnotenie; školské podvádzanie; prevenčné programy; didaktika matematiky.

Úvod

Ak chceme, aby žiaci, ktorých vzdelávame v matematike boli úspešní, musíme si uvedomiť, že úspech sa skrýva v každom jednom z nich. Každé dieťa je iné, vyžaduje iný, individuálny prístup. Mnohokrát sa stáva, že hodnotenie najmä to negatívne, má na žiaka zlý vplyv. Ten potom brzdí rozvoj jeho osobnosti a pôsobí deformujúco. Znížené sebahodnotenie jako uvádza Tišťanová (2012) dieťaťa môže byť spôsobené skutočnými obmedzenými schopnosťami dieťaťa, vtedy je zvnútornením reálneho hodnotenia. Veľký počet detí s nízkym sebavedomím, ale aj s priemernými alebo nadpriemernými intelektovými schopnosťami medzi neprospievajúcimi žiakmi vypovedá o tom, že znížené sebahodnotenie môže byť naučené pod vplyvom nesprávneho hodnotenia iných ľudí a to najmä rodičov a učiteľov.

Naopak Helus (1982, s. 149-158) nazýva jav „sebaznehodnocujúcim sebapoňatím a považuje ho za jednu z piatich základných rozvojovo-utlmujúcich dispozícií, ktoré sú relatívne stálymi, ťažko meniteľnými autoregulatívnymi psychickými predpokladmi“. Táto averzia spôsobuje zlé výsledky žiaka, ktoré posilňujú negatívny sebaobraz, negatívny sebaobraz posilňuje zase zlé výsledky. Ide o bludný kruh, ktorý začína a končí negatívnym hodnotením a vzniká tzv. „syndrómom neúspešného žiaka“. Sebapoňatie je hodnotenie, ktoré je obmedzujúce, vtláča žiaka do fixných, vopred zatriedených schém. Takéto je aj známkovanie, ktoré globalizuje mnohostrannú osobnosť dieťaťa a zahŕňa ju pod jeden číselný symbol. Netreba dotazovať, že nevhodné skúšanie a známkovanie neurotizuje žiakov. Strach sa prejavuje viac pred skúšaním ako pri ňom. Môže byť zárodkom duševných a iných ochorení, pri ktorých zostanú stopy i po celý ďalší život (Gavlák, 1993).

Ako uvádza Tišťanová (2012, s. 69) „učiteľ by nemal posudzovať vlastnosti žiaka, ale činnosť, ktorú robí a jej kvalitu. Dieťa sa každým dňom predsa mení a vyvíja“. Pozitívne sebapoňatie je jasný, súdržný a stály obraz o sebe, ktorý sprevádza u žiaka pocit istoty. Narušenie tohto obrazu nevhodným spôsobom hodnotenia vyvoláva u žiaka ohrozenie sebapoňatia, vlastnej identity. Neistota v seba pôsobí ako ohrozenie vlastnej hodnoty a spôsobuje u žiakov strach a úzkosť tj. nepríjemné citové vzťahy. Dieťa takého hodnotenie buď neprijíma, čím sa dočasne chráni pred stratou vlastnej hodnoty alebo nevedome využíva voči nemu rozličné obranné psychické mechanizmy a preto sa nespráva prirodzene.

Vymedzenie pojmu školské hodnotenie

Pojem hodnotenie nachádzame vo viacerých vedných disciplínach. Je predmetom skúmania pedagogiky, psychológie, axiológie, filozofie. S termínom školské hodnotenie sa stretávame v mnohých pedagogických disciplínach. Otázkami kontroly a hodnotenia žiakov sa zaoberajú učebnice všeobecnej pedagogiky, teórie výchovy, didaktiky aj metodiky vyučovacích predmetov. Školské hodnotenie realizujeme na každej vyučovacej hodine. Tvorí neodmysliteľnú súčasť vyučovacieho procesu. Ide o každodennú, namáhavú a citlivú zložku vyučovacieho procesu, pretože sa dotýka zainteresovaných objektov tohto procesu, priamo žiaka, učiteľa a nepriamo rodiča (Tišťanová, 2012). Petlák (2009, s. 157) chápe hodnotenie ako „proces poznávania a posudzovania žiaka, jeho vedomostnej úrovne, pracovnej a učebnej činnosti, jej prejavov a výsledkov. Tento proces sa uskutočňuje tak v školskej, ako aj mimoškolskej práci, pričom za hlavné ťažisko, kde sa tento proces má cieľavedome uskutočňovať, pokladáme vyučovanie.

Klasifikácia je jedna z foriem hodnotenia, je výsledným aktom hodnotiaceho procesu. Môžeme ju vyjadriť klasifikačnými stupňami, bodovou škálou a pod.“ Hodnotenie učiteľa mnohokrát spájajú s preverovaním vedomostí žiakov, hodnotenie nasleduje až po ňom. Podľa Petláka a kol. (2009, s. 26) by skúšanie z nového učiva nemalo nasledovať hneď po ďalšej vyučovacej hodine, ale neskôr. Prednosť pred skúšaním by malo mať častejšie a systematickejšie opakovanie.

Len ojedinele sa o hodnotení hovorí ako o prostriedku výchovy, pretože hodnotenie vyvoláva u žiaka v správaní veľké zmeny, ovplyvňuje vzťah k učiteľovi, ovplyvňuje vztahy vo vnútri triedy, mení žiacky postoj ku škole, jeho sebapoňatie a sebahodnotenie (Tišťanová, 2012). Podľa Tureka (2014, s 255) je hodnotenie:

- Pripisovanie hodnoty tj. prejavenie názoru, postoja tým, kto hodnotí tj. subjektom učiteľom tomu, koho alebo čo subjekt hodnotí.
- Objektu hodnotenia tj. žiakovi, jeho výkonom".

Môžeme povedať, že podstatou hodnotenia je porovnanie výsledkov činností tj. vedomostí, zručností, postojov žiaka zistených preverovaním tj. skúšaním s určenými požiadavkami, vzormi, normami, ale aj so sebou samým (Tišťaňová, 2012).

Školské podvádzanie v matematike

Školské podvádzanie je v súčasnej dobe a spoločnosti témou mnohých diskusií a to najmä z dôvodu podvádzajúcich žiakov. Zameriava sa na dôležitý faktor, ktorý vplýva na podvádzanie žiakov a tým je ich intelekt. V zahraničných zdrojoch sa v súvislosti so školským podvádzaním používa aj pojem školská nečestnosť. Školskú nečestnosť charakterizujeme ako čin, ktorý sa pácha v škole sfalšovaním výsledkov vedeckého výskumu alebo selektívnym výberom vstupných dát pre vedeckú prácu, spracovanie dát tak, aby výsledok zabezpečil dotyčnému osobný prospech, či už finančný, priamy, alebo plynúci z dobrého hodnotenia. Ako uvádza Mareš, školské podvádzanie je správanie, ktorým žiak alebo študent (Fecková, 2014, s. 325):

- „Porušuje stanovené školské pravidlá.
- Získava pre seba neoprávnené výhody.
- Znižuje spoľahlivosť hodnotenia svojho výkonu".

Školské podvádzanie bolo predmetom viacerých výskumov, ktoré skúmali rozdiely v podvádzaní z hľadiska veku, pohlavia, národnosti, typu školy a pod. Výskumy sa týkali vzťahov školského podvádzania s motiváciou, osobnostnými charakteristikami, hodnotami, sociálnym prostredím a pod. (Mareš, 2005). Žiaci, ktorí majú nižšiu inteligenciu podvádzajú viac ako žiaci s inteligenciou vyššou. V prípade prospechu hovoríme o úzkom vzťahu s inteligenciou, na základe čoho hovoríme o podobných výsledkoch v realizovaných výskumoch. Mareš horoví o tom, že vzťah medzi školským podvádzaním a doterajším prospechom je tesný. Dodáva, že prospechovo slabší žiaci zvyknú podvádzať častejšie. Školskú kompetenciu vo vzťahu k akademickému podvádzaniu skúmali Nathanson, Paulhus, Williams a zúčastnilo sa na ňom 770 vysokoškolských študentov. Výsledky hovorili o tom, že žiaci s deficitmi v oblasti školskej kompetencie podvádzajú častejšie. Autori ďalej dopĺňajú, že skôr ako celkové kognitívne schopnosti ako zlé verbálne schopnosti podporujú podvádzanie (Fecková, 2015).

Medzi jednotlivé metódy školského podvádzania ako sme si vyššie uviedli je používanie ťahákov, odpisovanie, ale aj moderné podvádzanie používaním mobilov, slúchadiel, ale aj inteligentných hodiniek. Školáci poznajú stovky spôsobov, ako bez poctivého drilu uspieť na skúške. Výroba ťahákov im nezriedka zaberie toľko času, za ktorý by sa látku naučili. Čo majú spoločné perá, fľaše, kryty od smartfónov, nechty, hodinky a okuliare? Ak prídeme do školy, ide často o využívané pomôcky, ako si ich vylepšiť vo svoj prospech. Žiaci sú schopní vymyslieť čokoľvek, aby prešli, aby zaobstarali známku, akú chcú.

Podvádzanie v škole počas skúšok, testov, písomiek je tu od nepamäti, aktuálne sa však zdá, že stará pravda „fantázii sa medze nekladú" je v popredí na najvyššom mieste. Žiaci sú naozaj nápaditý, mnohí by sa kreativitou môžu živiť. Žiaci sú ochotní stráviť čas rozmýšľaním nad tým, ako na teste podviesť. Rovnaký čas by pritom mohli venovať samotnému učeniu, aby sa naučili danú problematiku. Brezovský (2016) pripomína, že prepísať látku, ktorá je potrebná na písomku na malý predmet, ako je kúsok papiera, etiketa z fľaše, kryt od mobilu, necht, časť odevu, hodiny atď. zaberie aspoň 25-30 minúť času a práve polhodina má byť v tomto prípade dostačujúca na to, aby si žiak v bodoch zapamätal, o čom učivo je.

Mnoho učiteľov v súčasnosti nedbá len na memorovanie, ale práve na samotné rozmýšľanie, schopnosť dedukcie, spájanie si bodov do súvislostí. Jednou z foriem školského podvádzania je plagiátorstvo. Môžeme povedať, že sa nemusí vyskytovať len na vysokej škole, ale už aj na stredných školách napr. pri maturitných prácach. Plagiát je nedovolené napodobenie, preberanie umeleckého alebo vedeckého diela bez uvedenia vzoru alebo autora. Plagiátorstvo je nedovolené používanie cudzích publikovaných a nepublikovaných myšlienok, formulácií, poznatkov, výsledkov bádania, ale napr. za plagiát sa nepovažujú všeobecné dostupné, známe informácie. Právne normy, ktoré upravujú pojem plagiátorstva sú zákon o vysokých školách č. 313/2001 Z. z., ktorý má prednosť a autorský zákon č. 618/2003 Z. z. Na Slovensku sa využíva antiplagiátorský systém, ktorý má na starosti identifikáciu zhody medzi textami prác, tj. kontroluje originalitu každej z nich.

Na Slovensku je najvyužívanejší a Európskou komisiou čerstvo ocenený systém ANTIPLAG. Na Slovensku sa rieši táto otázka na národnej úrovni. K tomu účelu vznikol Centrálny registre závěrečných prác, ktorý spravuje od roku 2009 Ministerstvo školstva a do toho registra každá univerzita automaticky po odovzdaní ešte pred obhajobou nahráva záverečné práce a porovnáva ich medzi sebou s ďalšími databázami a zdrojmi informácií. V registri je možné vyhľadávať detaily prác a ich celé znenia. Práce sa v registri uchovávajú po dobu 70 rokov (Skalka, Cvik a kol., 2009). Jednorazovým trestom sa nič nevyrieši. Žiaci, ktorí sú v období adolescencie majú svoj svet, svoje problémy, svoje postoje.

Cestou je len neustále vplývanie na nich, ukazovanie im, že život bez vzdelania nie je plnohodnotný a vôbec nie je jednoduchý. Navyše platí, že ak sa mladý človek potrebuje s niečím identifikovať a ak je v partii, kde zrovna škola nie je na prvom mieste, ide aj u neho celkom pochopiteľne bokom.

Musíme skepticky povedať, že prevencia alebo nejaký špeciálny trest na podvádzanie neexistuje. Je tu ale možnosť, ako žiakom, ktoré sú schopné zapojiť nápaditosť týmto smerom ukázať, že to ide aj inak. A to prostredníctvom rôznych činností, ktoré stimulujú práve túto vlastnosť. Možností je veľa a keď sú žiaci schopní zapojiť nápaditosť, mali by aj učitelia (Brezovský, 2016)

Prevenčné programy proti podvádzaniu

Každý spoločenský jav sa dá riešiť rôznymi spôsobmi. Súhlasíme s Bajtošom a Marhevkovou (2015), ktorí tvrdia, že najefektívnejším riešením je zamedzenie vzniku problému a to prevencia pred školským podvádzaním. Súhlasíme s nimi aj v tom, že primárnym preventívnym krokom, ktorý sa týka odstránenia podvádzania v škole je vytvoriť jasnú, komplexnú a systémovú stratégiu, ktorá by podvádzanie jednoznačne odsúdila, čím by zjednotila postup učiteľov proti podvádzaniu a vštepila by žiakom postoj, podľa ktorého by bola čestnosť jednou z najvýznamnejších ľudských vlastností. Strategickým dokumentom v rámci prevencie by mohol byť tzv. „Etický kódex žiaka“. Pri tvorbe kódexov by bolo dôležité prihliadnuť na potreby a názory učiteľov a žiakov. Dôležitejšie by bolo zabezpečiť to, aby sa kódex nestal iba ďalším regulačným dokumentom, ktorý by zapadol prachom niekde v zborovni. Pomohlo by, ak by jeho tvorbu robili samotní žiaci. Ak ich presvedčíme, že kódex je ich vlastným dielom, predpokladáme, že zvýšime šance jeho uplatnenia v bežnom školskom živote.

Do skupiny nepriamych preventívnych opatrení zaraďujeme aj také opatrenia, ktorých cieľom je predovšetkým zabezpečovať efektívnosť vyučovacieho procesu. Jednou z nich je aj taktika vyvolať u žiakov pocit, že učivo a predmet, na ktorom sa to učivo učia sú pre nich dôležité a že ak budú podvádzať, podvádzajú len sami seba. Podvádzaniu sa dá nepriamo predchádzať aj využívaním vhodných vyučovacích metód, ktoré by u žiakov vzbudili záujem o predmet a uľahčili im učenie. Učiteľ by mal byť kreatívny a prepojiť učivo s praxou a mal by od žiakov vyžadovať originalitu k danej téme.

Podľa nášho názoru by mal používať otázky typu (Bajtoš, Marhevková, 2015, s. 17):

- „Prečo? - Čo si o tom myslíš?
- Akoby si to vyriešil ty?
- Pracoval by si sám alebo by si si zostavil tím odborníkov?“

V rámci prevenčných programov máme na mysli aj to, aby sa žiaci naučili to, ako sa vlastne učiť majú. Ak budú mať dobrú techniku, určite nebude potrebné, aby podvádzali. Rozšíreným pojmom v pedagogických a psychologických vedách sú pojmy ako metakognícia a metaučenie. Metakognícia označuje poznávanie tj. myslenie o myslení a metaučenie je učenie o učení. Z pohľadu úspechov štúdia na strednej škole by bolo dobré žiakov oboznamovať aj s problematikou ako sa učiť a to najmä pri (Turek, 2014):

- Poznaní a pozitívnom ovplyvňovaní učebných štýlov žiakov,
- Osvojovaní učebných zručností.
- Získavaní platných zdrojov informácií.
- Manažmentu času.
- Motivácii k učeniu - manažmentu stresu.
- Vytváraní optimálnych podmienok k učeniu.
- Osvojení si a výberu robenia si poznámok na hodine a v samoštúdiu.
- Spôsobe učenia z učebných textov.
- Spôsobe pamätania si učiva.
- Riešenia úloh a príprave na skúšky a pod.

Výsledkom rozvoja schopnosti učiť sa je autoregulácia učenia tzn., je to taká úroveň učenia sa, keď sa žiak stáva aktívnym aktérom svojho vlastného procesu učenia sa a to zo stránky motivačnej, ale aj metakognitívnej. Žiak potom dosahuje vyučovacie ciele, iniciuje a riadi svoje úsilie a používa špecifické stratégie učenia. Pre žiakov je dôležité vedieť, ako si zorganizovať svoj čas, ale aj mimoškolské aktivity a to vrátane domácej prípravy tak, aby mal dostatok času na učenie. Nedostatok času vedie k podvádzaniu, ale často je len výhovorkou na prekrytie iných aktivít (Bajtoš, Marhevková, 2015).

Ako hlavnú prevenciu vidíme neustálu komunikáciu so žiakmi o ich výsledkoch, pretože ak učiteľ podá žiakom spätnú väzbu a následne ich usmerní, poradí, tým ich aj motivuje. Pomáhať by im mal neustále v rámci opakovania, pretože známky nie sú len odrazom ich vedomostí, ale aj najväčším duševným vlastníctvom. Dôležité je, aby sa učiteľ snažil o celkovú atmosféru medzi žiakmi. Podľa nášho názoru, žiaci, ktorí majú radi svojho učiteľa, podvádzajú menej, ako tí, ktorí ho radi nemajú.

Ak chceme zabrániť dieťaťu opäť podviesť, je nutné aby sme vykonali preventívne opatrenia, aby sme predišli pravdepodobnosti, že bude znova klamať. Žiakovi treba povedať, aby nepodvádzal, môže sa to zdať hlúpo, ale v štúdii z roku 2011 v časopise Journal of Economic Psychology, deťom ktorým sa povedalo aby nepodvádzali, tak skutočne nepodvádzali. Rodičia by mali tiež zvážiť ako často a ako hovoria so svojimi deťmi. Rodičia by mali byť tiež čestným vzorom. Žiakov treba pochváliť za ich úsilie, ale aj výsledok. Treba im ukázať, že len za tvrdou prácou môžu hľadať pozitívne výsledky a že podvádzanie nie je nutné.

Záver

Didaktická interaktivita umožňuje obojstrannú komunikáciu medzi žiakom a učiteľom. Ide o všetky aktivity, ktoré sa dejú na vyučovacom procese a teda aj podvádzanie. Medzi žiakom a učiteľom by mala fungovať vzájomná komunikácia a interakcia nielen v rámci vyučovacieho procesu. Ak učiteľ a žiak medzi sebou komunikovať nevedia, a žiak chce mať pozitívne hodnotenie a výsledky, začína s nelegálnou komunikáciou a podvádzaním. Problematika školského podvádzanie je aktuálnou témou, ktorá neušla pozornosti ani množstvu zahraničných odborníkov. Od druhej polovice minulého storočia vzrastá záujem vedcov o túto problematiku.

Na Slovensku je táto téma v úzadí a nepoznáme nikoho, kto by sa jej venoval (Bajtoš, Marhevková, 2015). Problém nečestného dosahovania dobrého hodnotenia na školách nepúta pozornosť len pedagogických odborníkov. Publikuje sa vo všeobecne zameraných článkoch, že podvádzanie je orientované na plagiátorstvo pri získavaní vysokoškolských titulov, ale komplexný výskum na všetkých úrovniach školského systému nebol realizovaný.

V ČR sú o krok vpredu, kde zásluhou Mareša (2005) prebehol prvý výskum podvádzania na školách. Značná neprebádanosť tohto javu na Slovensku bola primárnym motívom, kvôli ktorému sme sa pokúsili prispieť k monitorovaniu tejto problematiky vo vzťahu k motívom podvádzania žiakov na stredných školách.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantového projektu KEGA 001 DTI - 4/2018 Školské podvádzanie ako problémový aspekt hodnotenia výsledkov výchovno-vzdelávacieho procesu na stredných školách.

Literatura

Bajtoš, J., Marhevková, A. (2016). *Školské podvádzanie – problémový aspekt hodnotenia výkonov žiakov*. 1. vydanie. Bratislava : Wolters Kluwer, 2016. s. 104. ISBN 978-80-8168-452-4.

Brezovský, M. (2016). *Ťaháky v mobile sú minulosť. Študenti si na písomkách pomáhajú aj nechtami.* [online] [cit. 2019-02-02] Dostupné na internete: <https://www.dnes24.sk/skolaci-pri-pisomkach-radi-podvadzaju-a-dokazu-vymyslietnaozaj-napadite-sposoby-237797>

Fecková, A. (2014). *Vzťah medzi akademickým podvádzaním a intelektom*. s. 325-331. In Ološtiak, M. 2014. 9. študentská vedecká konferencia. Zborník abstraktov. Prešov : Prešovská univerzita v Prešove. s. 124. ISBN 978-80-555-1057-6.
Gavlák, J. (1993). Skúšanie a známkovanie žiakov. In Učiteľské noviny. Ročník 32. 1993. s. 5. ISSN 0139-5769.
Helus, Z. (1982). *Pojetí žáka a perspektivy osobnosti*. Praha : Slovenské pedagogické nakladatestvo, 1982. 196 s.
Mareš, J. (2005). *Tradiční a netradiční podvádění ve škole*. In Pedagogika R. 55, s. 310– 335. ISSN 0031-3815.
Petlák, E., Fenyveisová, L. (2009). *Interakcia v edukácii.* Bratislava : Iris. 137 s. ISBN 978-80-89256-31-0.
Sklalka, J. et al. (2009). *Prevencia a odhaľovanie plagiátorstva*. Nitra: UKF, 2009. 125 s. ISBN 978-80–8094–612–8.
Tišťanová, K. (2012). *Hodnotenie v školskej praxi*. Bratislava : IRIS, 2012. 182 s. ISBN 978-80-89726-74-5.
Turek, I. (2014). *Didaktika*. Bratislava : Wolters Kluwer, 2014. s. 620. ISBN 978-80-8168-004-5.

Kontakt

PaedDr. Lívia Hasajová, PhD.
VŠ DTI
Sládkovičova 533/20, 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovenská republika
hasajova@dti.sk

The origins of mathematical education at universities on territory of present-day Slovakia until the end of the 18th century

Prvopočiatky matematického vzdelávania na univerzitách na území Slovenska do konca 18. storočia

Tomáš LENGYELFALUSY, Štefan TKAČIK

Abstract

We focus on mapping, analysis and capturing the life and work of some personalities of Slovak mathematics in our contribution. They are mathematicians, teachers and their knowledge and ex-perience can be usefull in teacher training of the future maths teachers and as an added value to education knowledge of these group of students.

Key words

history of mathematics; famous Slovak Mathematicians; biography; education

Abstrakt

V našom príspevku sa zameriavame na popis, analýzu a zachytávanie života a práce niektorých osobností slovenskej matematiky. Sú to matematici, učitelia a ich vedomosti a skúsenosti môžu byť užitočné pri príprave učiteľov budúcich učiteľov matematiky a ako pridanej hodnoty k vzdelaniu týchto skupín študentov.

Klíčová slova

história matematiky; slávni slovenskí matematici; životopis; vzdelávanie

Úvod

Prvé počiatky univerzitného vzdelávania na Slovensku sa objavujú v polovici 15. storočia. Práve toto storočie, charakterizované obdobím renesancie, bolo pre strednú a južnú Európu relatívne pokojné, a tak umožnilo intenzívnejší a rýchlejší rozvoj univerzitného vzdelávania na stredoeurópskych univerzitách vznikajúcich v 14. storočí (Praha, Krakov, Viedeň, Heildelberg). [Čižmár, J.]

Počiatky matematického univerzitného vzdelávania na Slovensku

Prvé zmienky o vyučovaní matematiky na univerzite na území Slovenska sa spája so vznikom prvej univerzity na Slovensku Academia Istropolitana (Universitatis Istropolitana) v Bratislave v roku 1465 (činnosť začala až v roku 1467). V prvom roku výuky získala univerzita najvýznamnejšieho matematika 15. storočia **Johannesa Müllera von Königsberg** (1436–1476) známeho aj ako **Regiomontanus** (z latinského názvu Köningsbergu - Regio Monte), ktorý prijal pozvanie ostrihomského arcibiskupa a kancelára univerzity Jána Vitéza zo Sredny a rektora univerzity Juraja Schomberga, aby sa stal profesorom matematiky a astronómie a prednášal predmety kvadrívia [Druga, L.]. Keďže už v útlom detstve bol považovaný za matematický zázrak a preto ako 11 ročný nastúpil štúdium na univerzite. Počiatky jeho vzdelania sa spájajú s univerzitou v Lipsku (1447–1450), z ktorej 14. apríla 1450 prešiel na univerzitu vo Viedni, kde bol žiakom významného astronóma Georga von Peuerbach. Bakalársky titul získal 14. apríla 1452, ale keďže nedosahoval vek 21 rokov, bol mu odovzdaný až spolu s magisterským v roku 1457. Počas pobytu vo Viedni uskutočňoval pravidelné meteorologické pozorovania, jedny z prvých v hlavnom meste monarchie. Od svojho učiteľa Peurbacha sa dozvedel o nepresnostiach v dovtedy najpoužívanejších tabuľkách ***tabulae Alphonsinae*** (boli napísané na základe pozorovaní od roku 1252). Obaja astronómovia urobili pozorovania Marsu, ktoré ukázali, že planéta je 2° od jeho predpokladanej polohy, a tiež pozorovali zatmenie Mesiaca, ku ktorému došlo o hodinu neskôr, než sa predpokladalo v tabuľkách. S kardinálom Bessarionom, stúpencom novoplatonizmu, sa Regiomontanus vydal do Talianska na univerzitu v Padove. Kardinál bol nespokojný s prekladom *Almagestu* (*Megalé Syntaxis – Veľká skladba*) Giorgiom di Trebisonda. Preto Regiomontanus zozbieral mnohé antické rukopisy a do latinčiny ho znovu preložil a práve jeho preklad neskôr študovali Kopernik, Galileo a Kepler [King, D. A., Turner, G.]. S povolením kráľa Mateja Korvína sa Regiomontanus odsťahoval v roku 1472 do Norimbergu, kde založil astronomickú pozorovateľňu a študoval ešte stále neobjasnené pohyby planét. Založil dielňu, v ktorej zhotovoval hvezdárske prístroje a zhotovil i tlačiareň, ktorá bola jednou z prvých v Európe [Druga, L.]. Po jeho odchode z Bratislavy sa zhoršili i samotné vzťahy medzi kráľom a Jánom Vitézom, ktorý bol obvinený zo sprisahania, internovaný vo Visegráde, kde zomrel v roku 1472. Táto situácia postupne viedla k samotnému zániku Academie Istropolitany. V roku 1476 odišiel do Ríma na pozvanie pápeža Sixta IV. v súvislosti s reformou kalendára, tam však nečakane ako 40-ročný zomrel. Medzi jeho najvýznamnejšie prínosy patrí zostavovanie astronomických tabuliek, ktoré boli mimoriadne rozšírené vďaka ich spoľahlivosti v astronómii i navigácii (jeho tabuľky používal napríklad aj Krištof Kolumbus pri svojej ceste do Ameriky). Práve pri zostavovaní tabuliek využíval svoje vedomostí z trigonometrie, ktoré zhrnul v diele *De triangulis omnimodus libri quinque* (Päť kníh o rozličných trojuholníkoch, 1464). Prvá kniha obsahuje základné definície: množstva, pomeru, rovnosti, kruh, kružnica, tetiva a funkcia sínus. Inšpiruje sa Euklidovou knihou *Základy* a rovnako dáva zoznam axióm a následne z nich odvádza 56 viet o geometrii. V II. knihe prináša významné výsledky z trigonometrie – sínusovú vetu (v modernom zápise, ktorý nepoužíva Regiomontanus, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$) a používa ju na riešenie trojuholníkov. Knihy III, IV a V sa zaoberajú sférickou trigonometriou, ktorá má, samozrejme, veľký význam v astronómii. Oproti euklidovskej tradícii, kde boli úsečky a uhly v zmysle dĺžky a veľkosti zadávané ako geometrické objekty, Regiomontanus zadáva dĺžky strán a veľkosti uhlov ako číselné vyjadrenia

Obrázok 1: Johannes Müller Regiomontanus

Zdroj: www-history.mcs.st-andrews.ac.uk v duchu arabskej matematiky. Práve túto knihu v dejinách matematiky považujeme za začiatok samostatného vývoja trigonometrie a jej oddelenia od astronómie, ktorej bola dovtedy súčasťou. Regiomontanus bol zostavovateľom viacerých, opäť veľmi rozšírených a dlho používaných, trigonometrických tabuliek, medzi nimi prvých šesťmiestnych tabuliek funkcie tangens a mimoriadne podrobných tabuliek funkcie sínus. Venoval sa aj rôznym otázkam algebry (riešeniu rovníc, operáciam s odmocninami) a teórie čísel, bol napr. objaviteľom piateho dokonalého čísla 33 550 336.

Pokračovanie matematického univerzitného vzdelávania na Slovensku v 17. storočí

Po prestávke v 16. storočí vznikajú na území Slovenska v 17. storočí dve jezuitské univerzity v Trnave (1635) a v Košiciach (1657). Na rozdiel od Academie Istropolitana nemali samostatnú fakultu na vzdelávanie v prírodných vedách a vznikli s 2 fakultami filozofickou a teologickou.

Filozofická fakulta bola prvou konštituovanou fakultou Trnavskej univerzity. Pripravovala na štúdium teológie, ktoré trvalo tri roky: v prvom roku sa začínalo kurzom logiky, v druhom pokračovala výučba kurzom fyziky a v treťom metafyziky. V priebehu ďalších desaťročí pribudli popri hlavných aj iné predmety: matematika, geometria, etika, astronómia, prírodné vedy, cirkevná, uhorská a svetová história, taliančina, francúzština, šerm, tanec. Prvé prednášky z matematiky v roku 1679 boli pripravované **Henrichom Berzeviczy** (1652–1713), vtedy ešte ako študentom teológie. Študenti počúvali jeho spracovanie Euklidových *Základov,* k tomu niečo z geografie a náuky o sfére – *Physicae auditoribus explicet in schola...aliquid Geographiae, vel Sphaereae...* Išlo o pomerne voľný súbor prednášok, bez jasného určenia, bez predpísaných či odporučených učebníc. Po ukončení štúdia sa stal jedným z prvých profesorov matematiky [Teich, M., Kováč, D., Brown, M. D.]. Okrem matematiky a trigonometrie prednášal aj fyziku a zachoval sa len záznam o jeho učebnici z roku 1687 *Aritmetica practica,* bola z oblasti elementárnej aritmetiky a zahŕňala okrem tabuliek aj ukážky a návody konkrétnych výpočtov. Berzeviczy sa neskôr stal prorektorom univerzity a po obsadení Trnavy v roku 1704 odišiel na univerzitu v Grazi, kde prednášal v rokoch 1707 – 1709 matematiku. Po ňom prednášali na Trnavskej univerzite matematiku Ján Dubovszky (1654–1710), **Ferenc Székeli** (1657 – 1715). K najvýznamnejším profesorom Trnavskej univerzity, hoci len nakrátko v roku 1752, kedy ho poverili založením hvezdárne bol **Maximilián Hell** (1720–1792). Všetky plány a výpočty súvisiace s novostavbou pripravil M. Hell, samotnú výstavbu však dokončil František Weiss (na Trnavskej univerzite prednášal matematiku a astronómiu) bez neho, pretože medzičasom odišiel do Kluže v Sedmohradsku. Po skončení gymnázia v Banskej Bystrici požiadal M. Hell o prijatie do jezuitského rádu, kde ako novic v roku 1738 nastúpil v Trenčíne. V jeseni roku 1740 odchádza študovať do Viedne históriu, teológiu a filozofiu. V roku 1745 prichádza do Levoče, kde dva roky pôsobí ako profesor latinčiny, gréčtiny, dejepisu a zemepisu na jezuitskom gymnáziu. Vysvätený za kňaza bol v roku 1750 a po vysviacke v roku 1751 ho jezuiti vysielajú do Banskej Bystrice, kde učí na jezuitskom gymnáziu. V roku 1752 ukončil doktorát na univerzite vo Viedni, kde bol promovaný za doktora filozofie a po krátkej zastávke na Trnavskej univerzite odchádza do Kluže, kde okrem prednášania matematiky, fyziky a astronómie vybudoval hvezdáreň. V roku 1755 bol poverený vykonávať funkciu riaditeľa Ríšskeho observatória vo Viedni, ktorú vykonáva až do svojej smrti. K najvýznamnejším jeho

počinom, za ktoré získal najväčšie svetové vedecké uznanie bol presný výpočet slnečnej paralaxy. Jeho vypočítaná hodnota bola 8,82', pričom jej dnešná hodnota je 8,79415'. Podarilo sa to vďaka expedícii, za severný polárny kruh na dánsky ostrov Vardö, na ktorú ho pozval dánsky kráľ Kristián VII, kde pozoroval prechod Venuše popred slnečný disk. Hoci Hellova činnosť je mnohostranná, najväčší význam má v oblasti astronómie. Ešte v polovici 18. storočia na všetkých školách, a teda aj na univerzitách habsburskej monarchie sa fyzikálne vedy prednášali stále v duchu Aristotela a scholastiky, v astronómii bol uznávaný len geocentrický systém, hoci ho už dávno predtým prekonal M. Koperník, J. Kepler, G. Galilei a nakoniec aj I. Newton. M. Hell bol vlastne prvý, kto na pôde viedenskej univerzity prináša tieto nové vedecké názory. Stal sa vlastne jedným zo zakladateľov novovekej astronomickej vedy. Preto ani neprekvapuje, že sa jeho zásluhou a pod jeho vedením stáva astronomické observatórium vo Viedni nielen ústredným observatóriom v monarchii, ale že si táto inštitúcia získava uznávané miesto aj vo vtedajšom astronomickom svete. Z jeho publikačnej činnosti bolo najvýznamnejšie vydávanie astronomickej ročenky v rokoch 1757–1792 v *Ephemerides astronomicae ad meridianum Vindobonensem* a uverejnil v nich aj mapy Mesiaca. Údaje z nich slúžili pre potreby námorných flotíl, geodetického výskumu a mapovania rakúsko-uhorskej monarchie. Astronómovia ešte aj v súčasnosti získavajú z nich cenné informácie. Napísal aj 26 vedeckých štúdií, medzi nimi aj niekoľko učebníc matematiky
Elementa Algebrae Joannis Crivelli magis illustrata et novis demonstrationibus et problematibus aucta. Vindobonae (1745), *Adiumentum Memoriae manuale, seu tabulae succinctae historico-chronologico-genealogicae* (1750), *Exercitationum mathematicarum partes tres.* (1755), *Elementa Mathematica Naturalis Philosophiae ancillantia, ad praefixam in scholis normam concinnata* (1755) a iné. V roku 1777 sa presunula Trnavská univerzita do Budína. Technickú a organizačnú stránku preloženia univerzity mal z poverenia cisárskeho dvora J. W. Kempelen. S preložením univerzity bola spojená aj úloha prenesenia univerzitnej hvezdárne z Trnavy do Budína, ktorú mal na starosti M. Hell. K posledným učiteľom matematiky na Trnavskej univerzite patril **Ján Krstiteľ Horváth** (1732–1800), ktorý výrazne ovplyvnili výuku matematicko-fyzikálnych predmetov na samotnej univerzite, na kráľovských akadémiách a vyšších stredných školách v Uhorsku. Patril k najvýznamnejším profesorom–prírodovedcom Trnavskej univerzity (pôsobil aj na Košickej univerzite), v jeho diele dochádza k definitívnemu víťazstvu newtonovskej fyziky na škole, aj k osamostatneniu fyziky od filozofie a iných disciplín. Prvky modernosti nesie v sebe aj jeho dvojzväzková učebnica matematiky *Institutiones logicae quas in usum auditorum philosophiae* (1767), do ktorej ako prvý autor v Uhorsku zaradil aj kapitolu o kužeľosečkách.
Treťou univerzitou na území Slovenska, ktorá vznikla v roku 1657 bola univerzita v Košiciach.

Obrázok 2: Horváth, K. J. Institutiones logicae (1776)


INSTITUTIONES
LOGICÆ,
EDITIO SEXTA

Zdroj: *Štátna vedecká knižnica v Košiciach*

Založenie univerzity v Košiciach malo posilniť pozície Habsburgovcov v Hornom Uhorsku, ktoré bolo často okupované odbojnou protestantskou šľachtou v početných protihabsburských stavovských povstaniach a pri vytláčaní Turkov z Uhorska. Na prelome 17. a 18. storočia bola najvýchodnejšie položenou univerzitou v Európe. Organickou súčasťou Košickej univerzity bolo jezuitské gymnázium, ktoré slúžilo ako šesťročná prípravka na univerzitné štúdium. Po jeho absolvovaní sa pokračovalo na trojročnej filozofickej fakulte. Dominantné postavenie mala štvorročná teologická fakulta. Okrem toho mala univerzita od roku 1712 i právnickú katedru, z ktorej vznikla v roku 1777 právnická fakulta. Na univerzite prednášali študentom všetkých národností vtedajšieho Uhorska riadni a mimoriadni profesori. Prednášajúci sa zväčša striedali medzi pôsobením v Trnave a v Košiciach. [Halaga, O., R.]. Jedným z prvých učiteľov matematiky na Košickej univerzite bol **Ján Dubovszky** (1654–1710), ktorý striedavo pôsobil aj na Trnavskej univerzite a na oboch miestach zastával aj funkciu dekana filozofickej fakulty. Spolu s Ferencom Székeli vydali v roku 1694 v Trnave prvé trigonometrické tabuľky v Uhorsku *Canon sinuum, tangentium et secantium ad partes radii* 100 000. K najvýznamnejším matematikom pôsobiacim na Košickej univerzite (1737–1741) patril **Michal Lipsicz** (1703–1766), ktorý pôsobil striedavo aj na Trnavskej univerzite (1742–1745, 1748–1749). Publikačne najplodnejšie bolo jeho pôsobenie v Košiciach, vtedy vydal svoju knihu *Algebra seu analysis speciosa ad arithmeticam usualem applicata, ... in tres partes nunc divisa* (1738) prvú učebnicu tohto predmetu na Slovensku aj v Uhorsku. V učebnici jasnou formou prezentuje algebraické operácie, riešenia rovníc prvého a druhého stupňa a popisuje základné aritmetické a geometrické postupy. O necelých 17 rokov vidieť veľký pokrok oproti týmto základným algebrickým knihám v knihe M. Hella *Elementa Arithmetica*. V nej popisuje riešenie rovníc až do štvrtého stupňa, ďalej popisuje Eulerovu metódu. Podrobne opisuje Descartove pravidlá, rôzne vlastnosti radikálov, teóriu viacerých radikálov.

Postupne vychádzajú aj ďalšie knihy Jána Krstiteľa Horvátha *Elementa matheseos, philosophiae auditorum usibus accommodationata* (1772) obsahuje už teóriu rovníc vyššieho rádu. Tieto knihy z algebry a najmä kniha Pavla Makó z roku 1770 *De artihmeticis etgeometricis aequtionum resolutionibus libri duo* (kde popisuje riešenie rovníc až do štvrtého stupňa) ukazuje ako sa výrazne zvýšila matematická gramotnosť za necelé polstoročie na univerzitách v hornom Uhorsku. Práve táto oblasť sa stala jednou z najvýznamnejších odvetví modernej matematiky, počnúc Newtonovou *Arithmetica universalisa*. Práve Pavol Makó je prvým uhorským matematikom v európskom zmysle, ktorého vysoko hodnotil aj M. Cantor a vyučoval na trnavskej a košickej univerzite, potom vo Viedni a Budíne.

Prvé učebnice z matematiky

Tak ako sme spomínali do polovice 18. storočia sa vydávali len elementárne tabuľky na uľahčenie výpočtov. Každý stoličný úradník musel rozumieť problematike výberu daní, urbárskym reguláciám, a teda musel ovládať správne aritmetické výpočty pri kontrole daní a účtovníctva. Tiež každý šľachtic musel mať aspoň základné poznatky z aritmetiky, aby si dokázal prekontrolovať účtovníctvo svojich hospodárskych úradníkov, preto sa v mnohých knižniciach nachádzali aritmetické príručky [Janura, T.]. Jednou zo známych kníh, ktorá okrem tabuliek uvádza aj ukážky a návody konkrétnych výpočtov bola *Arithmetica practica*, ktorej autorom bol **Julius Caesar** z Padovy (Patavinus) (1582 – 1624). Prvé vydanie bolo debrecínske z roku 1614 a posledné pochádza z roku 1823. Len na Slovensku vyšli v 17. a 18. storočí takmer v 20 vydaniach a obyčajne so sprievodným textom v rôznych národných jazykoch. Ich levočské vydanie s maďarským textom z roku 1647 bolo prvou matematickou prácou vydanou tlačou na Slovensku. Zaujímavé je aj ďalšie levočské vydanie z roku 1729, v ktorom sprievodným textom je slovakizovaná čeština: *Tabule početnj, v kteréž summa*

Obrázok 3: Hell, M.: Elementa mathematica (1755)

ELEMENTA
MATHEMATICA
NATURALI
PHILOSOPHIÆ
ANCILLANTIA,
P. MAXIMILIANO HÖLL,
CLAUDIOPOLI,

EXERCITATIONUM
MATHEMATICARUM
PARS I.
EXERCITATIONES ARITHMETICAE
A P. MAXIMILIANO HÖLL,
CLAUDIOPOLI,

Zdroj: Historia Scientarum, No. 2

Obrázok 4: Ceasar, J. Arithmetica practica

Zdroj: Old Hungarian Library

rozlyčnych wěcy, gak v kupowánj, též w prodáwánj, skrze snadný spusob spatriti a lehce se naleznauti muže… (prvý výskyt slovakizovanej češtiny v matematickej publikácii). V Trnave vyšla táto pomôcka od roku 1709 opakovane nielen v latinčine, ale aj v nemeckej a maďarskej mutácii. Hranice elementárnej aritmetiky neprekročilo ani dielo trnavského profesora Henricha Berzevicy *Arithmetica practica* z roku 1687. Trigonometrické tabuľky, prvé svojho druhu v Uhorsku, vyšli anonymne v roku 1694 pod názvom *Canon sinuum, tangentium et secantium ad partes radii* 100 000. Ich autormi boli trnavskí profesori matematiky Ferenc Sékeli a Ján Dubovszky. O tri roky neskôr publikoval hodnotnú a pomerne rozsiahlu prácu profesor piaristického gymnázia v Prievidzi **Lukáš Mösch** (1651–1701). Jeho *Arithmeticus practicus* (1697), ktorá mala v uhorských pomeroch prekvapivo vysokú úroveň, okrem základných výpočtoch sa v nej stretávame prvýkrát v učebnicovej literatúre na Slovensku s logaritmami. V rukopise zanechal Mösch aj ďalšie matematické práce *Bibliotheca mathematica* a *Compendium mathematicum*. Pod takmer zhodným názvom *Arithmetica practica* vychádzala v Trnave opakovane, dovedna päťkrát, od roku 1721 učebnica jezuitu Caspara Schotta. V roku 1738 vychádza Lipsiczová *Algebra seu analysis speciosa ad arithmeticam usualem applicata, ... in tres partes nunc divisa* prvá učebnicu tohto predmetu na Slovensku aj v Uhorsku. Pozitívny moment do prípravy a publikovania učebníc matematiky vniesla reforma Márie Terézie v roku 1753. Cisárovná v nej nariadila, že profesori majú povinnosť písať učebnice a používať ich pri výučbe. O desať rokov neskôr nariadil ostrihomský arcibiskup ako praefectus studiorum, aby sa používala fyzikálno-matematická učebnica viedenského jezuitského profesora Karola Scherffera (1716–1783) *Institutiones physicae* (1753). Do tohto obdobia spadá i vydanie trojdielnej učebnice *Universae matheseos brevis institutio* (1752–1755), ktorej autormi boli trnavskí profesori matematiky a fyziky Ján Ivanchich (1722–1784) a Anton Revický (1723–1781). Učebnica bola modernejšia najmä tým, že autori v duchu reforiem už zaradili do nej podstatne viac aplikácií, ako bolo zvykom u predchádzajúcich, ostatne nie príliš hojne vydávaných podobných diel. Produkcia matematických disciplín bola ešte obohatená vydaním logaritmických tabuliek *Tabulae logarithmorum numerorum* (1771). Posledným a najvýznamnejším matematickým dielom bola učebnica, ktorú pripravil trnavský profesor Ján Krstiteľ Horváth. V dvojdielnom kompendiu *Elementa matheseos, philosophiae auditorum usibus accommodationata* (1772) zhrnul dobové poznatky z aritmetiky, algebry a prezentoval v ňom aj problematiku analytickej geometrie [Juríková, E.].

Záver

Do konca 18. storočia univerzity na Slovensku zanikli alebo sa pretransformovali na akadémie (Košická kráľovská akadémia, Kráľovská akadémia v Bratislave, Banícka akadémia v Banskej Štiavnici) a až na začiatku 20. storočia dochádza k opätovnému vzniku a rozvoju univerzitného vzdelávania na území Slovenska. V roku 1912 bola založená Ažbetínska univerzita v Bratislave. Vzniká po mnohých pokusoch a oddialeniach, ktoré sa ťahali už od osemdesiatych rokov 19. storočia. Prednášať sa na nej začalo 13. októbra 1914. Mala tri fakulty: právnickú (začala činnosť v akademickom roku 1914/1915), filozofickú (začala činnosť v letnom semestri 1917/1918), lekársku (začala činnosť v akademickom roku 1918/1919, mala funkčné len klinické ročníky). Plánovaná prírodovedecká fakulta vôbec nezačala svoju činnosť. Právnická a filozofická fakulta svojou činnosťou nadväzovali na Kráľovskú akadémiu (v 1784 premiestnená z Trnavy do Bratislavy, kde pôsobila do 1912). Alžbetínska univerzita zanikla po vzniku Československa 30. júna 1919. Časť bola včlenená do novovzniknutej Univerzity Komenského a časť prenesená do Pécsu. Práve vznikom Univerzity Komenského 27. júna 1919 začína súčasná éra univerzitného vzdelávania na Slovensku.

Poďakovanie

Autor ďakuje za podporu grantom KEGA 020KU-4/2018 *Osobnosti slovenskej matematiky -životné vzory pre budúce generácie* a VEGA 1/0079/19 *Analýza kritických miest v školskej matematike a identifikácia faktorov ovplyvňujúcich postoj žiakov k matematike*.

Literatura

Čižmár, J. (2017)): Dejiny matematiky, Od najstarších čias po takmer súčasnosť, Perfekt, ISBN 978-80-80468-29-3

Druga, L.(2006): *Dejiny astronómie a Slovensko*. Bratislava, SHMÚ, 443 s.

Halaga, O., R. (1967): *Právny, územný a populačný vývoj mesta Košíc*. Košice. Východoslovenské vydavateľstvo, s. 79-80, 97.

Janura , T. (2014): *Neznáme šľachtické knižnice 18. storočia z Liptovskej, Trenčianskej a Zvolenskej stolice.* Studia Bibliographica Posoniensia, ISBN 978-80-89303-44-1, s. 42-57.

Juríková, E. (2014): *Kapitoly z novolatinského písomníctva III*. Trnava, ISBN 978-80-8082-789-2.

King, D. A., Turner, G.(1994): *The astrolabe presented by Regiomontanus to Cardinal Bessarion in 1462*, Nuncius Ann. Storia Sci. 9 (1) (1994), 165-206.

Teich, M., Kováč, D., Brown, M. D.(2011): *Slovakia in History*. Cambridge University Press, 2011

Kontakt

doc. PaedDr. Tomáš Lengyelfalusy, PhD.
Vysoká škola DTI
Dukelská štvrť 1404/613, 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovenská republika
lengyelfalusy@dti.sk

RNDr. Štefan Tkačik, PhD.
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Katolícka univerzita v Ružomberku
Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok, Slovenská republika
stefan.tkacik@ku.sk

Financial Literacy in the Context of Educational Documents

Finanční gramotnost v kontextu vzdělávacích dokumentů

Peter MARINIČ

Abstract

Financial literacy has been widely discussed topic in education in recent decades and its implementation into the education system is associated with wide public and professional discussion. However, approach to implementing financial literacy in educational programmes faces several difficulties. One of them is inadequate implementation into the framework educational programmes. Another is neglecting the transformation into school educational programmes. Form of the implementation of the financial literacy into the educational process is the research category itself. Frontal teaching does not seem to be particularly satisfactory, especially in the education of financial literacy. These are the questions that the article deals with.

Key words

financial literacy; financial education; framework educational programme; school educational programme; didactic transformation

Abstrakt

Finanční gramotnost je v posledních dekádách značně diskutovanou oblastí vzdělávání a její implementace do vzdělávacího systému je spojena s širokou veřejnou i odbornou diskuzí. Nicméně přístup k implementaci finanční gramotnosti do vzdělávacích programů se potýká s několika potíží. Jednou z nich je nedostatečná implementace do rámcových vzdělávacích programů. Další pak opomíjení při transformaci do školních vzdělávacích programů. Samotnou výzkumnou kategorii pak tvoří forma implementace finanční gramotnosti do vzdělávacího procesu. Frontální výuka se již zejména u finanční gramotnosti nejeví jako vyhovující. Toto jsou otázky, které řeší předložený článek.

Klíčová slova

finanční gramotnost; finanční vzdělávání; rámcový vzdělávací program; školní vzdělávací program; didaktická transformace

Úvod

Každý jedinec prochází ve svém životě různými fázemi a jeho život je pestrou koláží různorodých aktivit. V životě každého z nás však probíhají určité procesy a vykonáváme podobné aktivity, bez ohledu na to, jak svůj život prožíváme, nebo chceme prožívat. Mezi tyto procesy a aktivity lze zařadit jak vzdělávání, a to ve všech jeho formách probíhající v průběhu celého života, tak uskutečňování ekonomických rozhodnutí a ekonomických aktivit rovněž v jejich různorodé podobě probíhající celý život jednotlivce.

I v tomto kontextu jsou oba zmíněné aspekty velice důležitou součástí našich životů a je potřeba jim věnovat patřičnou pozornost. Institucionalizované vzdělávání v období samostatné České republiky, a zejména v souvislosti se změnami proběhlými po roce 1989, doznalo významných změn. V souvislosti se změnami proběhlými, ale i nadále probíhajícími, ve zmíněném období v ekonomické oblasti, se projevili rovněž v oblasti finančního, resp. ekonomického, vzdělávání. Rozvíjí se tak i přístupy k vzdělávání v oblasti finanční gramotnosti. Tato oblast vzdělávání se tak stává velice aktuální oblastí, které se věnuje značná pozornost ze strany mnoha institucí, a to v souladu s vývojem společnosti a dostupných, prudce se rozvíjejících, ekonomických a finančních produktů.

Finanční vzdělávání a úroveň finanční gramotnosti

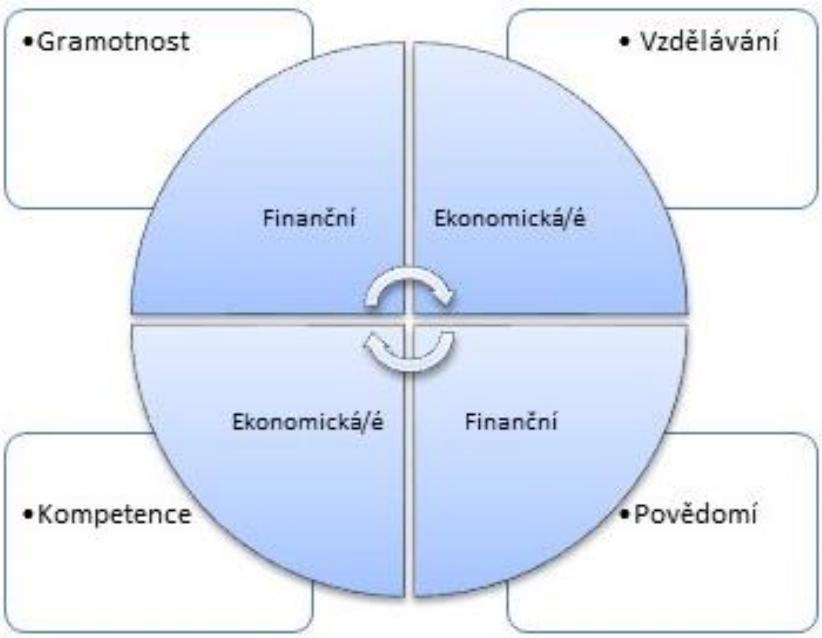
Pojetí finanční gramotnost objevující se jak v článcích a diskuzích odborníků tak i laické veřejnosti se různí. Ve většině případů se finanční gramotnost spojuje s problematikou vyhledávání, pochopení a schopnosti využívat různé formy finančních produktů. Pojetí finanční gramotnosti se tak zužuje na bankovní produkty pro zhodnocování volných finančních prostředků prostřednictvím běžných bankovních účtů, spořicích účtů, případně možností investování formou stavebního spoření, nebo z druhé strany získávání dodatečných finančních prostředků prostřednictvím různých forem úvěrů nebo půjček. I když je toto pojetí v souladu s obecně přijímaným vymezením finanční gramotnosti, je potřeba finanční gramotnost zasazovat do širších ekonomických souvislostí.

Zasazení problematiky finanční gramotnosti do širších ekonomických souvislostí totiž umožňuje lepší a hlubší pochopení jednotlivých finančních produktů a možnosti jejich využívání, ale navíc taky umožňuje pochopení zejména dlouhodobých dopadů jednotlivých finančních, resp. ekonomických rozhodnutí, ne jenom jednotlivců, kterých se týkají, ale i ostatních zúčastněných aktérů. V tomto kontextu tak finančně gramotný jedinec dokáže lépe předpokládat vývoj ekonomické situace a prostředí, v rámci kterého uskutečňuje své rozhodnutí. Toto širší ekonomické povědomí tak umožňuje uskutečňování lepších, více kvalifikovaných rozhodnutí. Šíři ukotvení finanční gramotnosti v ekonomických souvislostech lze graficky znázornit schématem 1.

V užším pojetí finanční gramotnosti lze definovat její jednotlivé složky, dílčí oblasti finanční gramotnosti. Konkrétně se jedná o peněžní gramotnost – zabývá se problematikou různých forem peněz; cenovou gramotností – zaměřenou na problematiku tvorby ceny; rozpočtovou gramotnosti – spočívající v efektivní správě aktiv a závazků. Tyto primární složky finanční gramotnosti jsou pak doplněny dalšími složkami finanční gramotnosti, které ale vytvářejí předpoklady k reálnému uplatňování primárních složek finanční gramotnosti. Těmito doplňujícími složkami jsou numerická gramotnost, informační gramotnost, právní gramotnost (MF ČR, MŠMT ČR, MPO ČR, 2007)

Stav finanční gramotnosti v populaci, a to i v populaci žáků se v rámci České republiky, zjišťuje prostřednictvím dotazníkových šetření. Šetření v rámci celé populace České republiky provádí soukromé instituce a jsou veřejně dostupné. Z nich vyplývající zjištění jsou pak využívány různými státními institucemi. Lze zmínit aktivity Ministerstva spravedlnosti, které i v souvislosti z výsledky finanční gramotnosti, a zejména v kontextu zhoršování situace v oblasti exekucí, připravilo řadu legislativních změn s cílem zvýšení zabezpečení ochrany obyvatelstva a jejich finanční situace. S podobnou narůstající mírou zavádění ochranných opatření ze strany státních institucí, ministerstev, ale i třeba České národní banky, se lze setkat i při běžných bankovních produktech, typu běžný nebo spořicí účet, či u možností čerpání hypotekárního úvěru.

Schéma 1: Kontext finanční gramotnosti a její primární složky



Finanční gramotnost

Peněžní gramotnost	Cenová gramotnost	Rozpočtová gramotnost

Rozpočtová gramotnost

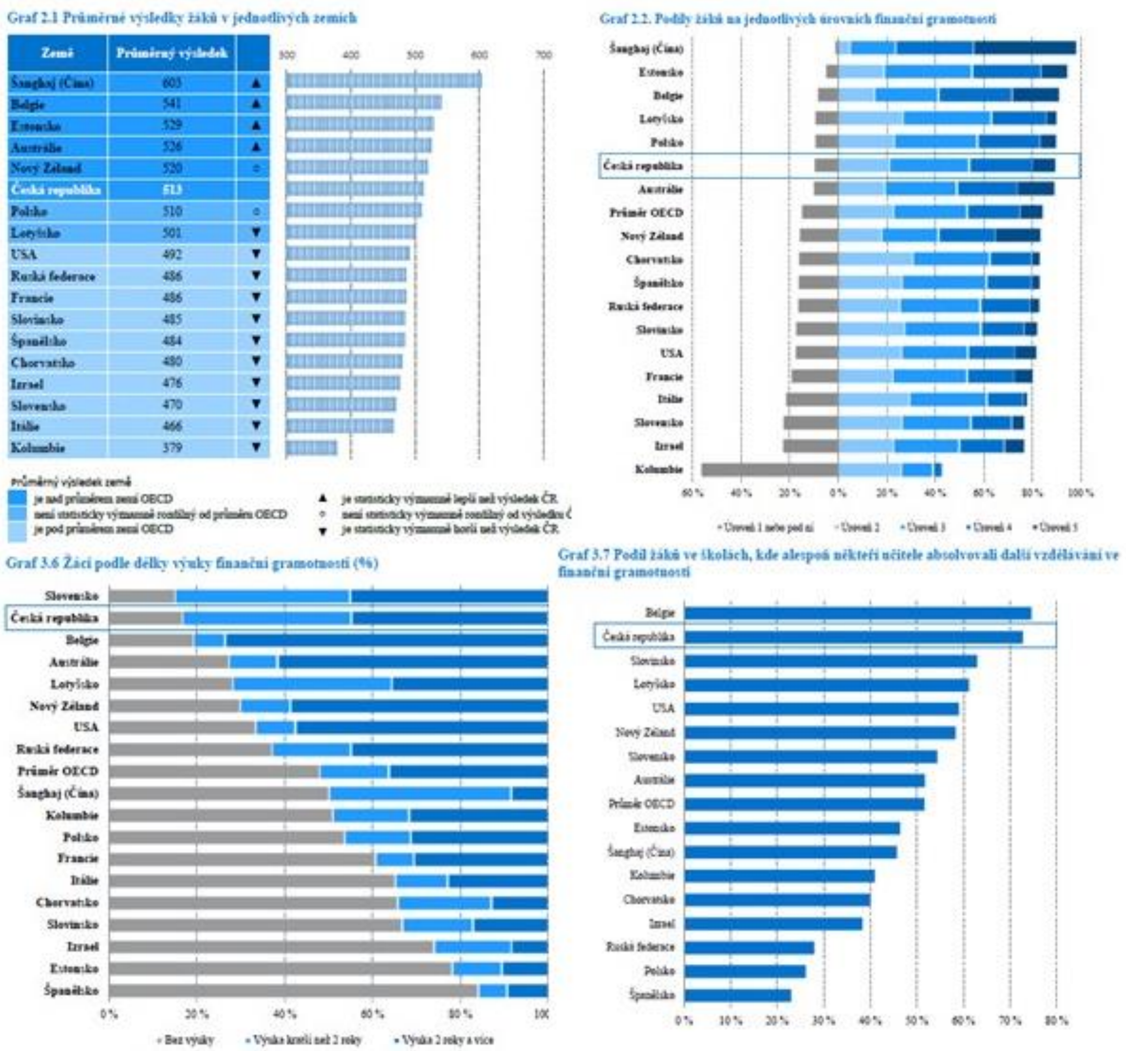
Správa osobního/rodinného rozpočtu	Správa finančních aktiv
	Správa finančních závazků

Zdroj: psfv.cz; vlastní zpracování

Šetření zaměřeno specificky na úroveň finanční gramotnosti bylo v České republice uskutečněno v rámci rozsáhlejšího zjišťování úrovně různých oblastí gramotnosti prostřednictvím mezinárodně koordinovaného šetření PISA. Mezinárodní šetření PISA zjišťuje situaci v oblasti čtenářské gramotnosti, matematické gramotnosti nebo přírodovědní gramotnosti. V roce 2012 bylo součástí tohoto šetření i zjišťování úrovně finanční gramotnosti a do tohoto šetření byla zapojená i Česká republika. Výsledky byly publikovány jak v rozsáhlé správě v anglickém jazyce (OECD. 2014), tak v méně rozsáhlé české publikaci zaměřené na české prostředí vydané Českou školní inspekci (ČŠI, 2014).

Z výše uvedených výsledků šetření PISA 2012 v české verzi vyplývá, že patnáctiletí žáci mají mírně nadprůměrné znalosti v oblasti finanční gramotnosti, navíc jsou více zastoupeni ve vyšších úrovních zjišťované finanční gramotnosti ve srovnání s ostatními patnáctiletými žáky zapojených zemí. Dále pak z výsledku lze vyčíst, že po Slovensku se v České republice věnuje nejvíce času finančnímu vzdělávání, trvajícímu děle než dva roky dokonce ve více než 40 % dotázaných. Taky podíl žáku ve školách, kde alespoň někteří učitelé absolvovali další vzdělávání ve finanční gramotnosti, překračuje 70 %. (ČŠI, 2014). Z těchto výsledků by bylo možno usuzovat, že situace v oblasti finančního vzdělávání je v České republice na uspokojivé úrovni. Avšak tyto zjištění jsou v rozporu z osobní zkušenosti jednotlivých aktérů zapojovaných do procesu finančního vzdělávání nebo zabývajících se problematikou finanční gramotnosti, jak bude poukázáno níže.

Graf 1: Výsledky mezinárodního šetření PISA 2012 - finanční gramotnost

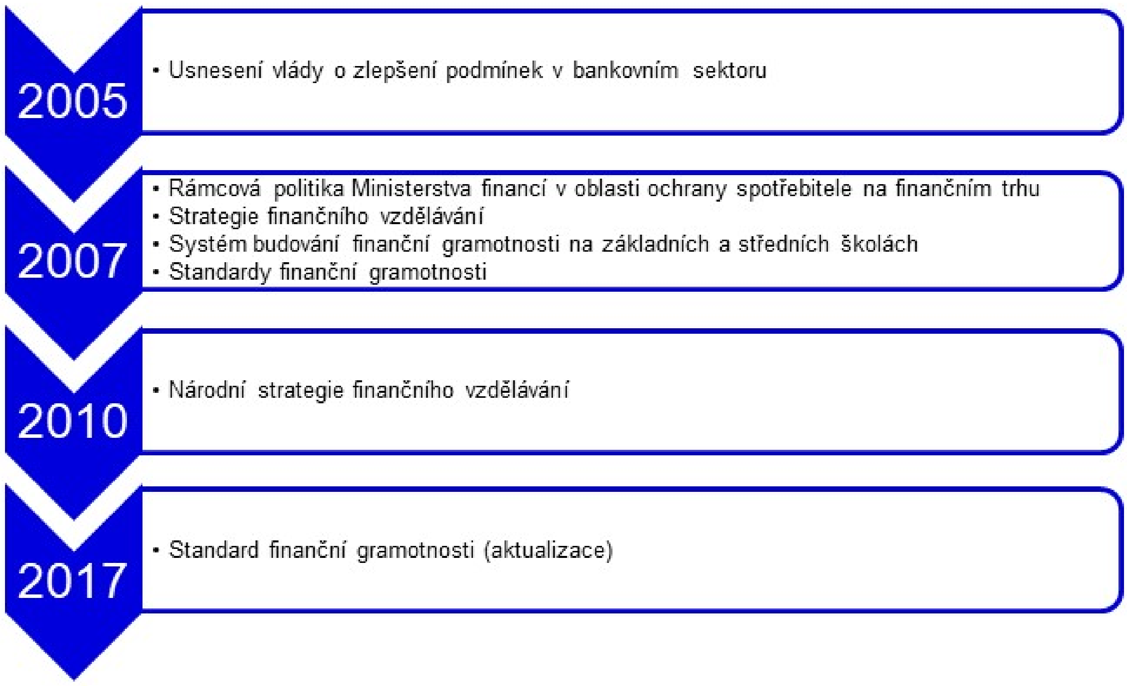


Zdroj: ČŠI, vlastní zpracování

Finanční vzdělávání a vzdělávací dokumenty

Na národní úrovni lze identifikovat rok 2005 jako začátek systematického rozvoje finančního vzdělávání ze strany státních institucí. Vývoj vzniku a uplatňování různých dokumentů v souvislosti s finančním vzdělávání v České republice zachycuje schéma 2. Mezi nejdůležitější lze zařadit rok 2007, kdy vzniká dokument Strategie finančního vzdělávání a Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách (MF ČR, 2007). V rámci této aktivity, zastřešené Ministerstvem financí České republiky, vznikají taky Standardy finanční gramotnosti. Tyto standardy definují pro jednotlivé úrovně vzdělávací soustavy, konkrétně pro první a druhý stupeň základních škol a pro střední školy, očekávané výstupy učení. K dalšímu rozvoji uvedené problematiky ze strany státních institucí dochází v roce 2010, kdy je přijata Národní strategie finančního vzdělávání (MF ČR, 2010), která aktualizuje a zpřesňuje již schválenou Strategii finančního vzdělávání. Poslední významnější aktivitou pak lze zachytit v roce 2017, kdy dochází k aktualizaci Standardů finanční gramotnosti, a sice bez rozsáhlejší obsahové změny.

Schéma 2: Vývoj dokumentů upravujících finanční gramotnost



Zdroj: vlastní zpracování

V souvislosti z národní úrovní vzdělávacích dokumentů týkajících se finanční gramotnosti a finančního vzdělávání je potřeba zmínit i pracovní skupinu pro finanční vzdělávání pod gescí Ministerstva financí České republiky. Tato skupina zahrnuje různé aktéry přímo zapojené do aktivit v oblasti finančního vzdělávání a vytváří tak platformu pro odbornou diskusi a zavádění jednotlivých opatření v dané oblasti.

Mezi jednou z iniciativ této pracovní skupiny patří taky výzva k připomínkování návrhu Národní strategie finančního vzdělávání (MF ČR, 2018). Do této výzvy reagovalo 21 institucí, zabývajících se problematikou finančního vzdělávání nebo instituce působící na finančním trhu. Jednotlivé připomínky vyplývající z uvedeného materiálu týkající se vzdělávání na základních a středních školách lze shrnout do následujících bodů:

- Finanční vzdělávání postrádá koncepční jednotnosti.
- Danou problematiku vyučují učitelé bez patřičné teoretické a praktické přípravy.
- Neexistuje relevantní metodická podpora vyučovacího procesu.
- Daná problematika není vnímána jako atraktivní.
- Není vytvořen dostatečný prostor pro výuku po stránce časové dotace.
- Není jasné, zda finanční vzdělávání uskutečňovat v samostatném předmětu, nebo jako mezipředmětovou problematiku, zařazenou do více předmětů.

Z těchto připomínek vyplývá, že situace ve finančním vzdělávání není tak uspokojivá, jak by mohli naznačovat zjištění mezinárodního šetření PISA 2012. I když od roku 2007 byla vyvíjená aktivita státních institucí a byly zaváděny do praxe různé formy finančního vzdělávání mnoho problému v této oblasti na základních a středních školách přetrvává.

Další oblasti, která přímo souvisí z realizaci finančního vzdělávání na základních a střeních školách je oblast rámcových vzdělávacích programů (NÚV, 2019). V rámci těchto dokumentů by měla být implementována problematika finančního vzdělávání a finanční gramotnosti. Avšak vzhledem k tomu, že finanční gramotnost a finanční vzdělávání je definováno v samostatných dokumentech, implementace této problematiky do RVP lze označit za laxní. V mnoha případech je implementace odbyta jednovětou formulací typu: „*Finanční gramotnost bude adekvátním způsobem zahrnuta do výuky*." Je pochopitelné, že implementaci dané problematiky do RVP pro střední školy komplikuje i fakt, že těchto RVP je 281. Nicméně u novějších verzí RVP pro střední školy se lze již setkat se zmínkou ukotvení finanční gramotnosti v klíčových kompetencích uváděných na začátku tohoto rozsáhlého dokumentu.

Po věcné stránce obsahové struktury a propojenosti výuky příslušných témat finanční gramotnosti lze u RVP pro základní vzdělávání identifikovat příslušnou vzdělávací oblast Výchova k občanství, konkrétně Člověk, stát a hospodářství. V rámci této vzdělávací oblasti je učivo zaměřeno na problematiku majetku a vlastnictví, peníze, banky a jejich služby a další. Problematika finanční gramotnosti je v rámci základního vzdělávání obsažena taky v rámci vzdělávací oblasti Člověk a svět práce, konkrétně Provoz a údržba domácností, v rámci kterého jsou mimo jiné rozebírána i témata rozpočtu domácností a platebního styku.

Komplikovanější je situace u RVP pro střední školy, kde mimo již zmíněné zahrnutí finanční gramotnosti do klíčových kompetencí je oblast finanční gramotnosti zahrnuta i do jednotlivých vzdělávacích oblastí v různé míře dle konkrétního zaměření toho kterého studijního oboru.

Praktickou stránku finančního vzdělávání na základních a středních školách dále komplikuje transformace rámcových vzdělávacích programů do školních vzdělávacích programů jednotlivých školských zařízení. Ty se různí dle personálních a materiálních možností jednotlivých škol. Obdobně, jako již bylo poukázáno na problematické propojení finanční gramotnosti v rámci národní strategie finančního vzdělávání a rámcových vzdělávacích programů, je tomu i u transformace RVP do ŠVP. Zde se taky setkáváme s praktickou implementaci problematiky finanční gramotnosti v podobě jedné věty, typu: „*V prvním pololetí učíme žáky finanční gramotnosti*" nebo „*Aplikujeme finanční gramotnost*".

Závěr

Problematika vztahu finanční gramotnosti, resp. finančního vzdělávání, ke vzdělávacím dokumentům je tedy poznamenána obecnými problémy rámcových vzdělávacích programů a jejich postupné revize. Situaci komplikuje i relativně samostatné postavení dokumentů upravujících finanční gramotnost a finanční vzdělávání na národní úrovni. Transformace RVP do ŠVP, při které je do značné míry možnost individuální úpravy jednotlivých obsahů vzdělávacích oblastí a tedy i problematiky finanční gramotnosti, resp. finančního vzdělávání, a to dle individuálních personálních a materiálních podmínek jednotlivých školských zařízení, vykazuje obdobné problémy jako implementace národních dokumentů upravujících finanční gramotnost, resp. finanční vzdělávání do RVP samotných.

Další problémy, které jsou identifikovány Pracovní skupinou pro finanční vzdělávání, lze doplnit i zjištěními České školní inspekce (ČŠI, 2018), která mimo jiné pro oblast finančního vzdělávání uvádí i problémy s formou vzdělávacího procesu. Konkrétně se jedná o výtku, že výuka je koncipována v převážné míře frontální formou, tedy žákům jsou znalosti zprostředkovány výkladem učitele. Tento problém ovšem souvisí i z komplikací při snaze zavádět do výuky jiné formy vzdělávacího procesu, třeba různé formy ekonomických didaktických her. Tyto formy jsou totiž náročné na časové i prostorové uspořádání výuky.

Rozpor mezi výše vylíčeným stavem a vývojem finančního vzdělávání a úrovně finanční gramotnosti mezi žáky základních a středních škol, lze taky identifikovat v mnoha závěrečných pracích studentů Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity, anebo z osobních zkušeností těchto studentů v průběhu jejich praxí. Uvedený rozpor možná souvisí s koncepcí, na jejímž základě se v rámci mezinárodního šetření PISA 2012 finanční gramotnost u patnáctiletých žáků ověřovala. Je pochopitelné, že úroveň zadaných problémových úloh musí respektovat úroveň dotazovaných žáků, na druhou stranu ale v mnoha případech vykazují až přílišnou míru zjednodušení ekonomické reality. Tento přístup je však pro oblast finanční gramotnosti, resp. finančního vzdělávání typický a projevuje se i v tendencích výuky dané problematiky na základních a středních školách. Rovněž se objevuje i v kritice Pracovní skupiny pro finanční vzdělávání.

Závěrem lze tedy vyjádřit naději, že situace v oblasti finančního vzdělávání v návaznosti na vzdělávací dokumenty, se bude v budoucnu, i s ohledem na probíhající a plánované revize rámcových vzdělávacích programů a jejich následnou implementaci do školních vzdělávacích programů a praktické výuky, zlepšovat.

Literatura

ČŠI (2014) *Mezinárodní šetření PISA 2012: Finanční gramotnost patnáctiletých žáků*.

ČŠI (2018) *Kvalita a efektivita vzdělávání a vzdělávací soustavy ve školním roce 2017/18: Výroční zpráva*.

MF ČR (2010) *Národní strategie finančního vzdělávání*.

MF ČR (2018) *Shrnutí odpovědí na konzultaci k Národní strategii finančního vzdělávání.*

MF ČR; MŠMT ČR; MPO ČR (2007) *Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách*.

NÚV (2019) *Rámcové vzdělávací programy* [online] [cit. 2019-06-10] dostupné na: www.nuv.cz/t/rvp

OECD (2014*) PISA 2012 Results: Students and Money: Financial Literacy Skills for the 21st Century (Volume VI)*, PISA, OECD Publishing.

Kontakt

Ing. Peter Marinič, Ph.D.
Katedra fyziky, chemie a odborného vzdělávání; Pedagogická fakulta MU
Poříčí 7, 603 00 Brno, Česká republika
marinic@ped.muni.cz

Využívanie informačno-komunikačných technológií na odbornom výcviku

Use of information-communication technologies in vocational training

Jaroslav OBERUČ, Miroslav PORUBČAN

Abstract

The aim of the current school system is to develop pupils' creative skills and creative thinking, their ability to solve problems. A great effort must be made by a master of vocational training in interpreting theoretical parts of a curriculum in vocational training today. He must learn creatively, use the latest pedagogical approaches and methods, and information and communication technologies. In the presented work we try to show how to use information-communication technologies in practical education.

Key words

information-communication technology; master of vocational education; motivation; computer

Abstrakt

Cieľom súčasného školského systému je rozvíjanie tvorivých schopností a tvorivého myslenia žiakov, ich schopnosti riešiť problémy. Aby majster odbornej výchovy pri výklade teoretických častí učiva na odbornom výcviku v dnešnej dobe upútal žiakov, musí vynaložiť veľké úsilie a snahu. Musí učiť tvorivo, využívať najmodernejšie pedagogické prístupy a metódy a informačno-komunikačné technológie. Ako využívať informačno-komunikačne technológie v praktickom vyučovaní sa snažíme ukázať v predloženej práci.

Kľúčové slová

informačno-komunikačné technológie; majster odbornej výchovy; motivácia; počítač

Úvod

Prispôsobovaním výchovno-vzdelávacieho procesu pomocou moderných vyučovacích metód, foriem, prostriedkov a prístupu k výučbe sa snažíme adaptovať na rýchlo sa meniace požiadavky doby. Cieľom súčasného školského systému je rozvíjanie tvorivých schopností a tvorivého myslenia žiakov, ich schopností riešiť problémy, snažíme sa žiakov viesť k celoživotnému vzdelávaniu. Poslaním moderného pedagoga je učiť originálne, tvorivo, inovatívne a pomocou moderných technológií.

Zdá sa, že školstvo doteraz ešte nemalo taký materiálny prostriedok vyučovania, ku ktorému by mali žiaci taký prirodzený a pozitívny vzťah ako k počítačom. Vyžívanie informačných a komunikačných technológií, najmä internetu, sa stáva v 21.storočí nevyhnutnosťou. Problematika zavádzania informačno- komunikačných technológií (ďalej aj IKT) do vzdelávania je celosvetovo aktuálna. Na stredných odborných školách postupne premieňame tradičnú školu na modernú, zameraním pozornosti na rozvíjanie kľúčových kompetencií žiakov potrebných pre praktický život. Učitelia sú si vedomí potreby nových prístupov, no i napriek tomu, že technológie napredujú rýchlo v praxi pedagógovia nevedia zbaviť zaužívaného klasického vyučovania (Pasternáková, 2016, 2017).

Aby pedagóg odbornej prípravy pri výklade teoretických častí učiva na odbornom výcviku v dnešnej dobe upútal žiakov, musí vynaložiť veľké úsilie a snahu. Žiaci majú v mysli striktne rozdelenú teoretickú a praktickú časť vyučovacieho procesu. Praktickú časť vyučovacieho procesu berú ako relax vo vyučovacom procese. No nie vždy sa dá teória oddeliť od praxe a vtedy musí majster odbornej výchovy nenásilnou formou zaujať žiakov a predniesť teoretické poznatky preberaného učiva.

Modernizácia výchovno-vzdelávacieho procesu

Poslaním moderného prístupu k edukácii odborného výcviku je vychovávať a učiť originálne, tvorivo, inovatívne a pomocou moderných technológií. Aj keď majstra odbornej výchovy moderné informačno-komunikačné technológie nikdy nenahradia, vedia mu pomôcť zvládnuť dnešnú chaotickú dobu, keď sa všetci niekam ponáhľajú a aj keď učebný deň je rovnako dlhý ako kedysi, nové osnovy vyžadujú sústavné rozširovanie obsahu učiva, sústavné zapájania žiakov do projektov a súťaží.

Vo výchovno-vzdelávacom procese musí majster odbornej výchovy plniť vzdelávacie ciele, spĺňať požiadavky jednoznačnosti, kontrolovateľnosti a merateľnosti, zaujať a motivovať žiakov, čím sa zvýši ich aktivita pri získavaní nových vedomostí a zručností, ako aj ciele výchovy, ktoré vplývajú na formovanie vzťahu k vybratému povolaniu, utváranie vzťahu k spoločnosti, životnému prostrediu a k svetu a formovanie charakterových vlastností.

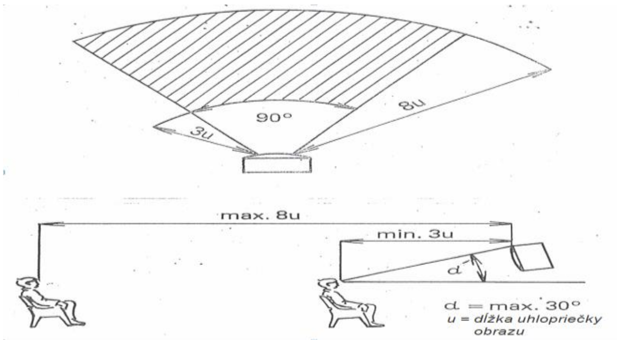
Z tohto konštatovania vyplýva, že je potrebné aby sme na odbornom výcviku využívali informačno-komunikačné technológie, ktoré môžu priniesť oživenie. Technologie napredujú rýchlejšie jako vzdelávacie obsahy predmetov. Uvedený fakt vyžaduje systematické vzdelávanie pedagógov s modernými technológiami Porubčanová , Pasternáková, Gabrhelová, (2016).Práca na odbornom výcviku vďaka nim získava vyššiu úroveň a najmä väčšiu príťažlivosť.

Hlavným pravidlom pre využívanie týchto technológií je, že ich používanie nesmie byť samoúčelné.

Využívanie informačno-komunikačných technológií v praktickom vyučovaní

Počítač na odbornom výcviku je vždy pomocníkom pre majstra odbornej výchovy a motivačným prvkom pre žiaka a jeho prácu. Najjednoduchší spôsob použitia počítača je jeho premena na moderný audiovizuálny systém. (Turek, 2008) Obrazové materiály, historické pramene, ukážky technologických postupov a podobne, získavajú vyššiu hodnotu ak sú prístupné v primeranej kvalite pre všetkých žiakov a nie len pre niekoľkých žiakov sediacich v blízkosti premietaného obrazu. Optimálne podmienky pre sledovanie obrazu sú uvedené na Obrázku 1.(Prvý rad sedí vo vzdialenosti 3 x dĺžka uhlopriečky obrazu, posledný 8 x dĺžka uhlopriečky obrazu.).

Obrázek 1: Podmienky pre sledovanie obrazu



Zdroj: Vlastné zpracovanie

Pri využívaní IKT na praktickom vyučovaní je z metodického hľadiska najdôležitejšia príprava na vyučovaciu hodinu. Počítače nám dovoľujú splniť to, o čom snívali pedagógovia už dávno:

- Každý žiak má vlastný spôsob učenia. Niekto chce počúvať výklad, iný chce o probléme diskutovať, iný skôr čítať, niekto iný chce problém skúmať sám.
- Žiak sa najradšej učí so skupinou žiakov.
- Žiak sa chce učiť zaujímavé veci, zaujímavým spôsobom.
- Každý žiak je v niečom najlepší, úlohou majstra odbornej výchovy je zistiť v čom.
- Každý z nás je žiakom na celý život. Keďže svet okolo nás sa vyvíja veľmi rýchlo, nikdy naň nebudeme dostatočne pripravení. Preto sa učíme v škole, po škole, doma, v práci. Nové technológie dovoľujú aj dospelým chodiť „do školy“ alebo si nosiť školu všade „so sebou“.
- Škola je pre mladých, ale nás musí naučiť učiť sa, premýšľať, riešiť, hodnotiť, skúmať, vyhľadávať, rozprávať a počúvať. Ostatné sa musí naučiť každý sám.
- Každý žiak chce mať pocit, že robí dobrú vec. Chce dostať ťažké úlohy, aby mohol ukázať, že ich dokáže vyriešiť.

Časovo náročnejším spôsobom využitia informačno-komunikačných technológií je príprava a realizácia vlastných prezentácií, ktoré slúžia majstrovi odbornej výchovy pri výklade nového učiva. Najnovšie si žiaci pripravujú aj vlastné prezentácie, ktoré odprezentujú v rámci záverečných inštruktáži. Ide hlavne o prezentácie zamerané na ich praktické prevedenia zadaných úloh.

Za najväčší prínos tejto formy práce považujeme, že odborný výcvik získava väčšiu atraktívnosť. Žiak získava oveľa väčšie množstvo podnetov, ako výkladom. Výklad doplnený o audiovizuálnu techniku umožňuje oveľa lepšie si zapamätať učivo. Prezentácia umožňuje majstrom odbornej výchovy šetriť čas. Majster odbornej výchovy môže prezentovať i menej dostupné pramene. Cvičenia, úlohy a prezentácie veľkou mierou aktivizujú žiakov.

Ako zvládnuť prezentáciu pred ľuďmi

Príprava prezentácií je dobrý spôsob, ako sa naučiť povedať svoj názor iným ľuďom. Prednášajúci však majú strach najmä z toho, či poslucháčov prezentácia zaujme, či ich nebudeme nudiť, či tam nenájdu nejakú chybu alebo či sa nezakoktáme a nezasekneme.

Príprava dobrej prezentácie nemusí byť až tak ťažká. Závisí od toho, ako sa k tomu postavíme. Zobrať tvorbu prezentácie ako povinnosť niečo „natrieskať" alebo okopírovať do PowerPointu a potom prečítať, by bolo veľmi nezodpovedné. Pri obsahu prezentácie by sme nemali zabudnúť:

- Vytiahnuť problémy, ktoré zaujmú žiakov.
- Buďme struční. Nepoužívajme dlhé vety. Vyberajme podstatné a zaujímavé informácie.
- Nie je dobré prezentáciu si napísať od slova do slova a potom ju iba prečítať.
- Poriadne si skontrolujme gramatiku a štylistiku v texte. Najlepšie bude, ak dáme prezentáciu prečítať ešte ďalšej osobe, ktorá nás upozorní na chyby. Po sebe sa texty opravujú ťažko.
- Povedzte žiakom ako je výklad dôležitý a v čom im pomôže.
- Rozprávajte zrozumiteľne a nahlas, aby všetci počuli.
- Nepôsobte stroho. Zapojte do riešenia problému i žiakov a vytvorte spoločnú diskusiu.
- Počas prezentácie dajte priestor na otázky aj žiakom.
- V probléme, ktorý rozoberáte, musíte byť zorientovaný, no nie ste vševed. Ak ste niečo nezodpovedali, povedzte, že ste sa doteraz s takýmto problémom nestretli, no určite si to zistíte a zaujmete stanovisko.

Príprava a práca s prezentáciami na odbornom výcviku má aj svoje úskalia. V prvom rade je to zvládnutie počítačovej gramotnosti majstra odbornej výchovy. Základom je minimálne poznať PowerPoint a práca s obrazovým a textovým materiálom v počítači.

Prezentácia a jej logická postupnosť núti majstra odbornej výchovy odpútať sa od istých stereotypov. Dobre pripravená prezentácia podnecuje žiakov aktívnejšie pracovať. Takáto forma odborného vyučovania sa u žiakov stretáva s veľkou odozvou a dopĺňa teoretickú časť odborných zručností. Takže môžeme povedať, že počítače nám pomáhajú objavovať a vytvárať vlastné poznanie. Komunikovať na diaľku, učiť sa spolu s druhými, akoby chytiť do ruky to, čo sa predtým nedalo, skúmať vzťahy, objavovať súvislosti. Dovoľujú nám premýšľať o tom, čo už vieme a čo sa chceme naučiť ďalej. Vyjadriť sa a vnímať vyjadrenia iných, byť lepší a ľudskejší, ale aj horší a zákernejší. Preto je dôležité učiť žiakov aj tomu ako predísť internetovému šikanovaniu, či už zo strany spolužiakov alebo úplne náhodných komentátorov, žiaci sa totiž radi pochvália svojimi prezentáciami cez rôzne siete (Pavlovkin, 2006).

Motivácia vo vyučovacom procese

Čo je motivácia? Je to veľmi široký pojem, ale v jednoduchosti môžeme výstižne opísať jej významné črty ako utváranie a podnecovanie vnútorných pohnútok pri vzdelávaní (Oberuč, Ušiak, Sláviková, 2013).

Vzdelávanie bez správnej a účinnej motivácie je málo efektívne. Motívy vzdelávania spočívajú predovšetkým v potrebách, záujmoch, schopnostiach žiaka, ale aj v jeho charakterovo-vôľových vlastnostiach (zmysel pre povinnosť, snaha byť spoločnosti užitočným, nadobudnúť majstrovstvo v určitom odbore a i.). Môžu však spočívať aj vo vzdelávacom obsahu - uvedomenie si významu, dôležitosti, zaujímavosti učiva a pod.

Motiváciu môžeme chápať v užšom a širšom poňatí.

Užšie poňatie chápe motiváciu viac ako osobnú aktivitu žiaka, od ktorej sa očakáva nárast vedomostí a kompetencií. Žiak chce poznať riešenie problému, chce porozumieť učivu, chce získať zručnosť a pod. Pre tento typ motivácie je rozhodujúca vízia cieľa, ktorá riadi a podnecuje učebnú aktivitu žiaka. Preto v tomto prípade hovoríme o autoregulácii učenia. Širšie poňatie chápe motiváciu ako vytváranie podmienok na priaznivé učenie . V procese odbornej výchovy sa pedagóg snaží navodiť stav, aby odborné vyučovanie bolo zábavné, zaujímavé, prebiehalo v príjemnej sociálnej atmosfére. Nárast vedomostí a zručností z pohľadu žiaka sa objavuje nepozorovane, akoby mimochodom. Má podobu vedľajšieho produktu, nie cieľa. Bolo by však nefunkčné, aby sa hravosť a zábavnosť vyučovania absolutizovala a úplne sa zanedbávalo rozvíjanie motivácie k učeniu sa v užšom ponímaní. Preto tieto dve chápania motivácie spolu úzko súvisia. Typológiu žiakov podľa motivácie k učeniu môžeme rozdeliť na:

- Žiakov, ktorí sa učia pre získanie nových poznatkov, majú záujme o odbor, štúdium a školu.
- Žiaci, ktorí študujú účelovo, aby získali maturitu.
- Žiaci, ktorí študujú z dôvodu potreby výkonu, sú súťaživí a chcú uspieť v porovnaní s ostatnými.
- Žiaci, u ktorých prevláda sociálna motivácia, tj. potreba byť s ostatnými (Vašutová, 2002).

Zaraďovanie počítačov do vyučovacieho procesu

Úloha informačno-komunikačných technológií nie je v tom, aby nahradila existujúce metódy práce, ale aby majstrom odbornej výchovy a žiakom stredných odborných škôl sprístupnila výučbu novými metódami, postupmi a spôsobmi zberu, uchovania a spracovania vedomostí ako aj overovania, vyhodnocovania, selekcie už získaných vedomostí a ich distribúcie. Včasného doručenia potrebných informácií vo vyžadovanej forme a kvalite. Technológie nie sú chápané iba ako postupy na získanie a odovzdávanie informácií, ale ako celý komplex prostriedkov, metód a foriem s nimi nerozlučne spojených. Informačno-komunikačné technológie sú výpočtové a komunikačné prostriedky, ktoré rôznymi spôsobmi podporujú výučbu, štúdium a ďalšie aktivity v oblasti vzdelávania. Sú to technológie, ktoré súvisia so zberom, zaznamenávaním a výmenou informácií (Kalaš, 2001).

Na odbornom výcviku môžeme počítače používať vo viacerých fázach – pri motivácii, sprístupňovaní nového učiva, precvičovaní, upevňovaní a preverovaní vedomostí a pod. (Brestenská, 2002). Existuje mnoho spôsobov, ako ich môžeme zaradiť do vyučovacieho procesu, uvedieme niektoré z nich:

- Príprava a prezentácia rôznych materiálov (referáty, obrázky, nákresy...).
- Teleprojekty – príprava, vzájomné komunikovanie medzi účastníkmi. spracovanie a prezentácia výsledkov žiackych projektov (metodika, tabuľky, štatistika, fotodokumentácia, videozáznam...).
- Výučbové programy (CD disky, webové stránky a podobne).
- Začlenenie vybraných prvkov (obrázky, animácie, schémy...) do výkladu majstra odbornej výchovy.
- Simulácia prevedenia praktických zručností (čo ak to nevýjde, ako to bude vyzerať).
- Poskytnutie výučbových programov na samostatnom štúdiu žiakov.
- Testovacie programy.
- Ukážky cvičných prác, zhodnotenie zvládnutia celku.

V zmysle naznačeného sa pokúsime o náčrt výhod a nevýhod vyučovania s využitím informačno-komunikačných technológií. (Petlák, 2000) K výhodám zaradenia informačno-komunikačných technológií do vyučovacieho procesu môžeme pričleniť:

- Vysoký stupeň motivácie (dynamika, živosť, animácia, zvuky), sprístupnenie neprístupného (napr. videosekvencie z elektrónového mikroskopu).
- Simulácia časovo náročných javov v relatívne krátkom čase.
- Interaktívnosť - žiak môže zasahovať priamo do deja, meniť podmienky.
- Konštruktivistický prístup - žiak nedostáva hotový poznatok, ale získava ho sám.
- Rozvoj tvorivosti.
- Individuálne tempo, možnosť nápovede.
- Rýchla spätná väzba.
- Vyššia objektivita pri vyhodnocovaní testov.
- Rozvíjanie medzi predmetových vzťahov.
- Nový spôsob podávania informácií.

Zaradenie informačno-komunikačných technológií do vyučovacieho procesu má i svoje nevýhody. K ním patrí:

- Nedôveryhodnosť- nie všetky informácie najmä na internete sú z dôveryhodných zdrojov, na internet totiž môže dať ktokoľvek čokoľvek.
- Dostupnosť technológií - nie všetky potrebné technológie sú v škole dostupné, mnoho ich je i finančne náročných, pri súčasnom počte žiakov a skupín na odbornom výcviku sa informačno- komunikačné technológie do vyučovania zavádzajú pomerne ťažko.
- Počítačová gramotnosť a kompetencie - na zaradenie počítačov do výučby musia mať žiaci i majstri odbornej výchovy už aspoň základnú počítačovú gramotnosť.

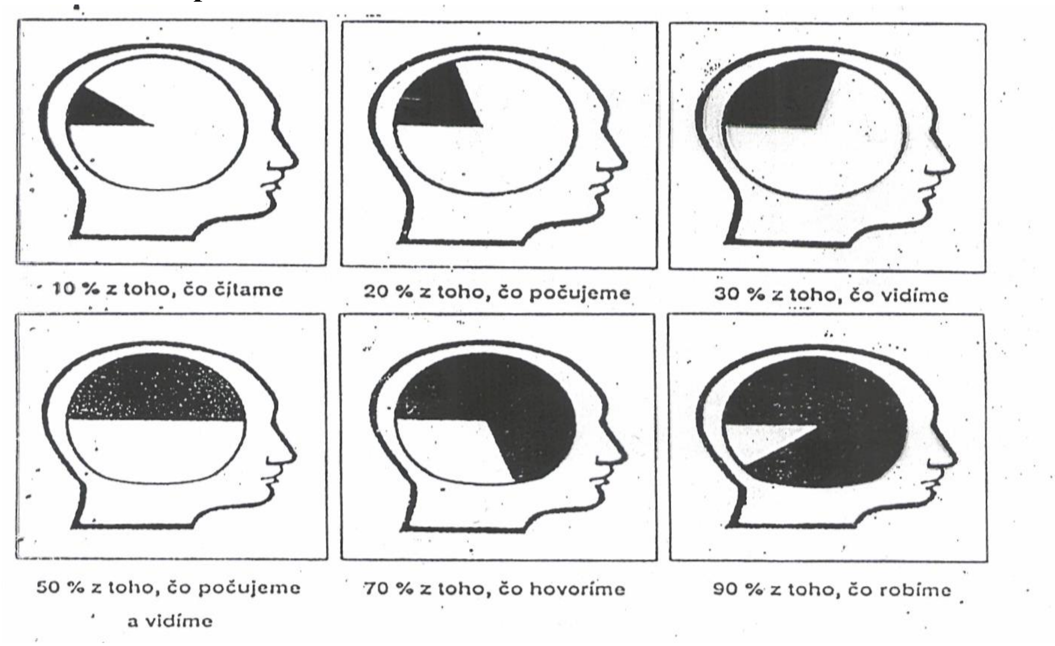
Zbytočný je i najlepší program, keď ho nedokážeme používať.

Pri práci v počítačovej učebni je potrebné počítať i s tým, že sa môžu vyskytnúť celkom nečakané momenty - hodina sa vyvinie inak, ako si majster odbornej výchovy predstavoval, žiaci budú potrebovať pomoc alebo radu. Pri práci v počítačovej učebni by mal byť majster odbornej výchovy pripravený i na to, že počítač „vypadne“ alebo žiaci danú učebnú látku alebo úlohu zvládnu rýchlo a bez problémov. Mal by si pripraviť viacero možností danej úlohy, vedieť zadať ďalšie úlohy a cvičenia. Majstri odbornej výchovy sa vo väčšine prípadov obávajú zlyhania techniky, uvítali by, ak by s nimi v počítačovej učebni bol ďalší učiteľ, ktorý im s technikou v prípade potreby pomôže. Z vyššie uvedeného vyplýva, že ak bude učivo podané žiakom aj iným spôsobom, ako výkladom, s veľkou pravdepodobnosťou bude ich pochopenie hlbšie a poznatky trvalejšie. (Brestenská, 2002).

Prečo využívať informačno-komunikačné technológie na odbornom výcviku

Je všeobecne známe, že človek vníma informácie prostredníctvom receptorov v rôznej kvalite. Vyše 80 % informácií prijíma zrakom, okolo 10 % sluchom, zvyšok inými zmyslami. Koľko informácií je schopný si zapamätať, je uvedené v Tabuľke 2:

Tabuľka 1: Zapamätáme si



Zdroj: Vlastné zpracovanie

Žiak vníma informáciu viacerými zmyslami súčasne, vhodné je rešpektovať i jeho individuálne potreby, vlastné tempo učenia s prihliadnutím na doterajšie poznatky a skúsenosti a sociálnu klímu edukačného prostredia (Barnová, Hanuliaková 2015, Tamášová, Barnová 2011).

Informačno-komunikačne technológie pomáhajú majstrovi odbornej výchovy efektívnejšie pôsobiť na žiaka a zároveň poskytujú aj nové možnosti vyučovacích foriem, metód a organizácie edukačnej činnosti, ktoré si vzápätí vynucujú nové nároky na technickú vybavenosť škôl.

Zavádzaním informačno-komunikačných technológií do výučby sa podnecuje tvorivá aktivita žiakov, rozvíjanie ich myšlienkových operácií a aktivít, samostatnosť a zároveň žiaci môžu získať nové manipulačne zručnosti s informačno-komunikačnými prostriedkami, ktoré im v takom rozsahu nemôže poskytnúť majster odbornej výchovy. (Baranovič, 2002).

Pri získavaní a spracovaní informácií žiak sa stáva aktívnejším, spolupodieľa sa na tvorbe výučby a na vlastnom vzdelávaní, v štúdiu postupuje vlastným tempom.

Vychádzajúc z realizovaných výskumov bolo zistené, že pri vzdelávaní využívajúcom informačno-komunikačne technológie boli výsledky v kognitívnej oblasti len nepatrne vyššie, ako pri tradičnom vyučovaní, ale štatisticky významne sa zvýšila motivácia žiakov. Žiak bol motivovaný predovšetkým z dôvodov vnímania, pri výklade vnímal okrem preberaného učiva aj farebnosť ukážok, množstvo detailov, nápadnú grafiku, zvuky, ktoré dokážu upútať a podobne.

Záver

Majster odborného výcviku pred pätnástimi rokmi vedel výborne učivo, pre výklad a ukážku využíval osobné poznatky, učebnicu a ďalšie pomôcky. Žiaci si do zošitov písali poznámky, ktoré im diktoval majster odbornej výchovy, spracovávali referáty na rôzne témy. Písomky a testy si majster odbornej výchovy písal rukou a potom ich rozmnožil na kopírke. Žiaci väčšinou pracovali s učebnicou a odbornými časopismi – vedeli dobre čítať. Hlavným zdrojom informácií pre žiakov bol výklad majstra odbornej výchovy, časopisy, učebnica a zošit, doplňujúcim zdrojom boli konzultácie.

Dnes majster odbornej výchovy stále ovláda svoje učivo, používa osobné poznatky, učebnice, časopisy a ďalšie pomôcky. Väčšina žiakov používa zošit na svoje poznámky, no už si ich nepíšu také podrobné ako kedysi, lebo všetko nájdu na internete. Nie sú zvyknutí pracovať s učebnicou, ako zdrojom informácií. Tu teda súperia výklad majstra odbornej výchovy, internetové informácie, informácie z odborných časopisov i ďalšie, i keď možno menej kvalitné zdroje. Ani zadávanie referátov na konkrétne témy nie je moc vhodné, lebo skúsený „Googlista" pomocou dvoch až troch slov stiahne celý referát z internetu. Vyzerá to, že sa situácia zhoršila? Ale majster odbornej výchovy využívajúci informačno-komunikačne technológie má v súčasnosti aj iné možnosti:

- Môže si pripraviť vlastný výučbový materiál podľa svojich predstáv a prispôsobiť ho žiakom.
- Môže k tomu využiť materiály pripravené aj inými majstrami odbornej výchovy alebo učiteľmi na teoretickom vyučovaní.
- Môže si pripraviť prezentáciu učiva s rôznymi ukážkami, takéto prezentácie môže nechať urobiť aj žiakom.
- Môže nechať spracovať takéto témy žiakom v skupinách.
- Môže si zriadiť svoju stránku a komunikovať so žiakmi cez email.
- Môže si spracovať a vyhodnocovať testy, ktoré ľahko vytlačí.
- Môže pre evidenciu známok využívať internetovú žiacku knižku.

K tomu však potrebuje zručne ovládať prostriedky informačno-komunikačných technológií, aspoň tak spoľahlivo, ako ovláda svoj predmet a jeho didaktiku. Je zbytočné uvažovať o vyššie uvedených bodoch, pokiaľ nemá základné kompetencie minimálne na úrovni jeho žiakov.

Nie je zriedkavosťou, že už žiaci zo základných škôl prídu s lepšími vedomosťami ovládania informačno-komunikačných technológií, ako majú majstri odbornej výchovy. Preto je veľmi dôležité neustále sa vzdelávať a zlepšovať v ovládaní informačno-komunikačných technológií. Hoci by niektorí pedagogickí pracovníci nesúhlasili, nie je hanbou požiadať o pomoc žiaka, ktorý má očividne lepšie vedomosti v ovládaní informačno-komunikačných technológií. Nedivme sa, ale žiaci si práve takýchto pedagógov vážia, ktorí sa neboja priznať, že aj žiaci v určitých oblastiach môžu byť lepší ako oni.

Práve vďaka takejto filozofii sa na stredných odborných školách darí presadzovať vo vyučovacom procese využívanie informačno-komunikačných prostriedkov v maximálnej miere.

Literatura

Baranovič, R. (2002). *Internet v škole*. Bratislava: Príroda

Bartošek, M. (2003). Internet a digitálne knižnice. In: Informačné technológie a Knižnice. 3,(2). Dostupné na: http://www.cvtisr.sk/itlib/itlib032/bartosek.htm.

Brestenská, B. (2002). Moderná škola 21. storočia. *Technológia vzdelávania*, 10 (7),7-9

Hanuliaková, J., & Barnová, S. (2015). Positive School Climate (Theoretical Empirical Conspectus). *Acta Technologica Dubnicae*, 5(1) 68-73

Kalaš, I. (2001a). Čo ponúkajú informačné a komunikačné technológie iným predmetom. *Infovek 2000*. Bratislava: ÚIŠP

Oberuč, J., Ušiak, G., Sláviková, G. (2013). *Vybrané kapitoly z didaktiky*. Dubnica: DTI.

Pasternáková, L. (2016). Učiteľská profesia a súčasná škola. In: Vzdělávání dospělých 2016 – východiska a inspirace pro teorii a praxi=Adult education 2016 - bases and inspirations for theory and practice. Praha: Česká andragogická společnost, 2017. s. 193-204

Pasternáková, L. (2017). The teacher and his role in the educational process through the eyes of pupils. In Vzdelávaní dospělých 2017 - v době rezonujúcich společenských změn. Praha : Česká andragogická společnost, 2018, s. 48

Pavlovkin, J. (2006). Tvorba prezentácií v programe Power Point. EduTech - inovácie v edukáci technických predmetov. Prešov: Prešovská univerzita

Porubčanová, D.; Pasternáková, L.; Gabrhelová, G. (2016). Celoživotné vzdelávanie v pedagogickej profesii odborného vzdelávania a problémy s ňou súvisiace. Lomža: State University of Applied Sciences

Petlák, E. (2000). *Pedagogicko-didaktická práca učiteľa*. Bratislava: IRIS

Tamášová, V., Barnová, S. (2011). School climate as the determinant of the relationship between the level of students´ resilience and school satisfaction. *Acta Technologica Dubnicae*. 1,(1) 19- 37

Turek, I. (2009). *Kvalita vzdelávania*. Bratislava: Iura Edition

Vašutová, J. (2002). *Strategie výuky ve vysokoškolskem vzdělávání*. Praha

Kontakt

prof. PhDr. Jaroslav Oberuč, CSc.
Vysoká škola DTI
Dukelská štvrť 1404/613, 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovenská republika
oberuc@centrum.sk

Innovation of teaching didactics in vocational education at the Faculty of Education, Masaryk University

Inovace výuky didaktik v odborném vzdělávání na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity

Pavel PECINA, Nikola STRAKOVÁ

Abstract

The present review study is focused on the main intentions and outputs within the innovation education of didactics in vocational education at the Faculty of Education of Masaryk University. In the first part attention is paid to the rationale of innovation, which is supported by the results of research between students of vocational subjects and practical teaching. The next part describes an innovated system of teaching didactics of vocational subjects. Also presented are some new and planned author publications that relate to innovative areas and themes.

Key words

didactics in vocational education; innovation of teaching; 4th Industrial Revolution; analysis of educational needs of teachers of vocational subjects; innovation of objectives and content of teaching of specialized subjects

Abstrakt

Předložená přehledová studie je zaměřena na hlavní záměry a výstupy v rámci inovace výuky didaktik v odborném vzdělávání na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity. V první části je věnována pozornost zdůvodnění inovace, která je podpořena výsledky výzkumu mezi studenty učitelství odborných předmětů a praktického vyučování. V další části je popsán inovovaný systém výuky didaktiky odborných předmětů. Představeny jsou také některé nové a plánované publikace autora, které se váží na inovované oblasti a témata.

Klíčová slova

didaktiky v odborném vzdělávání; inovace výuky; 4. průmyslová revoluce; analýza vzdělávacích potřeb studentů učitelství odborných předmětů; inovace cílů a obsahu výuky didaktiky odborných předmětů

Úvod

Cílem předložené přehledové studie je představit hlavní záměry a výstupy v rámci inovace výuky didaktik v odborném vzdělávání na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity v Brně. V první části je věnována pozornost zdůvodnění inovace, která je podpořena výsledky výzkumu mezi studenty učitelství odborných předmětů a praktického vyučování. V další části je popsán inovovaný systém výuky didaktiky odborných předmětů. Představeny jsou také některé nové a plánované publikace autorů, které se váží na inovované oblasti a témata. V první části se zabýváme teoretickými východisky inovace oborových didaktik. V další části se věnujeme analýze vzdělávacích potřeb studentů učitelství odborných předmětů na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity v Brně. Předmětem zájmu třetí části je popis inovace cílů, obsahu a pojetí výuky didaktiky odborných předmětu na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity.

Teoretická východiska inovace cílů, obsahu a výuky didaktiky odborných předmětů a praktického vyučování

Posledních šest až osm let zaznamenáváme v naší společnosti proces, který je označován jako *4. průmyslová revoluce.* Jeho prvotní myšlenka vznikla v roce 2011 a poprvé se tento pojem objevil v roce 2013 na veletrhu v Hannoveru. Z různých přístupů k vymezení pojmu 4. průmyslové revoluce lze vyvodit následující vymezení tohoto fenoménu:

- Velmi rychlý technologický pokrok, rozvoj a aplikace digitálních technologií do běžného života společnosti. Implementace Internetu do průmyslové výroby a všech oblastí činnosti, spolupráce mezi stroji. Bude se jednat o tzv. továrny budoucnosti. Inteligentní systémy převezmou činnosti, které dosud vykonávali lidé. Jedná se o vnímání okolního dění s počítačovým spojením strojů a dílů. K realizaci poslouží kamery, vysílače, čidla, čtečky kódů a další moderní systémy a zařízení. Dojde k úzkému propojení virtuálního prostředí a reálného zařízení. Pojmy s tím spojené jsou Internet věcí a Internet všeho.
- Snižování výrobních nákladů, rozšiřování produktů a služeb, zvyšování efektivity výroby, rozvoj individualizovaných služeb, zboží a řešení podle přání zákazníků, zkracování času k uvedení produktu na trh. Příkladem může být např. objednávka nového vozu. Zákazník komunikuje s automobilkou prostřednictvím internetové aplikace, volí typ vozu, jeho barvu a všechny parametry výbavy a provedení. Zároveň vidí aktuální kalkulaci ceny. Až se rozhodne, odešle data prodejci a výrobci automobilu. Vše proběhne v digitálním prostředí. Dalším příkladem je vývoj nových produktů a jejich simulace ve všech pracovních cyklech (např. stoj, dopravní prostředek, jakýkoliv výrobek, lze simulovat i práce automatizovaných výrobních linek). Výsledkem je tedy výrazné zkrácení doby vývoje a uvedení na trh. Navíc tímto postupem vznikají individualizované parametry výrobků podle zadání a to bez prodloužení doby vývoje a výroby (Cejnarová, 2015, Pecina, 2017).

V závislosti s procesy 4. průmyslové revoluce vznikla v Německu Iniciativa (koncept) *„Průmysl 4.0“* a jeho záměrem je reagovat na novou situaci, která vznikla 4. průmyslovou revolucí (http://bmwi.de/DE/Themen/Industrie/industrie-4-0.html. [cit. 16-01 – 2017]). Z uvedeného je zřejmé, že se jedná o komplexní a rozsáhlý projekt, který bude mít dopady na celou společnost a všechny její složky, a to jak profesní, tak i soukromé. Vznikem digitalizovaných továren a systémů dojde k revizi mnoha technických profesí, některé profese zřejmě přestanou existovat, nebo budou redukována (např. obsluha výrobních linek, pokladní v obchodech, profesionální řidiči apod.). Naopak vzroste význam odborného vzdělání a postavení specializovaných profesí a zaměření. Analýzy dále ukazují, že vzniknou i nová odvětví technických i dalších věd a interdisciplinární obory. Vznikne řada nových pracovních míst pro specialisty (údržba, opravy a dozor robotických systémů, kybernetická bezpečnost). Novým fenoménem je spolupráce strojů (robotů) a lidí (tzv. kolaborativní roboti).

Na výše uvedené tendence je třeba reagovat jak z hlediska inovace odborné přípravy učitelů v odborném vzdělávání, tak z hlediska inovace oborově didaktické přípravy. Dále je třeba reflektovat soudobé tendence v oblasti pedagogických věd se zaměřením na oblast vzdělávání a vyučování.

Ve vazbě na vývoj v oblasti technických věd i na vývoj společnosti dochází k zaměření pozornosti pedagogů a oborových didaktiků na ta témata a oblasti, která jsou relevantní ve vztahu k výchově a vzdělávání v 21. století. Důraz je kladen na kvalitu výuky, rozvoj klíčových kompetencí, celoživotní vzdělávání, aspekty tvořivosti, problémovou a badatelsky orientovanou výuku, spolupráci v týmu, komunikaci, mentoring a problematiku mezipředmětové a mezioborové integrace (Dostál & Kožuchová, 2016, Honzíková & Sojková, 2014, Hrmo et al., 2016, Janík et al., 2016, Slavík et al., 2017).

Analýza vzdělávacích potřeb studentů učitelství odborných předmětů a praktického vyučování – výzkumné šetření

Cíle výzkumu, výzkumné otázky, výzkumný vzorek, výzkumný nástroj

V rámci záměru inovace oborových didaktik v odborném vzdělávání jsme realizovali *pedagogický výzkum, jehož cílem bylo zjistit vzdělávací potřeby studentů učitelství odborných předmětů a studentů učitelství praktického vyučování na středních školách.* Výzkum byl realizován v době, kdy měli studenti absolvované dva semestry oborové didaktiky (úvod do oborových didaktik, didaktika odborných předmětů, didaktika praktického vyučování). Deskriptivní výzkum (průzkum) byl realizován na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity na katedře fyziky, chemie a odborného vzdělávání v první polovině kalendářního roku 2019. Stanovili jsme následující *výzkumné otázky:*

1. Jaká témata (oblasti) stávající oborové didaktiky je třeba podle studentů inovovat, rozšířit nebo přepracovat?
2. Jaká nová témata (oblasti) oborové didaktiky studenti preferují a chtějí do vzdělávacího programu zařadit?

Jako výzkumná metoda bylo zvoleno *dotazování* a jako výzkumné nástroje byly použity *řízený rozhovor a dotazník vlastní konstrukce. Výzkumný soubor tvoří studenti následujících oborů:*

- Magisterské studium, obor učitelství odborných předmětů, celkem 76 studentů.
- Bakalářské studium obor učitelství praktického vyučování, 45 studentů.

Výzkumný vzorek tedy tvoří celkem *121 studentů.*

Výzkumný nástroj se skládá z *faktografických otázek* (pohlaví, odborné vzdělání, délka odborné a pedagogické praxe, obor studia na vysoké škole) a *věcných otázek. Věcné otázky jsou následující:*

1. *Vyberte, jaká nová témata preferujete zařadit do výuky didaktiky odborných předmětů a praktického vyučování:*

A) Problematika 4. průmyslové revoluce a její vliv na odborné vzdělávání.
B) Kvalita ve výuce v odborném vzdělávání.
C) Problematika tvořivosti učitele a žáka, rozvoj tvořivosti žáků a studentů.
D) Problémová výuka v odborném vzdělávání.
E) Badatelsky orientovaná výuka v odborném vzdělávání.
F) Projektová výuka.
G) Problematika učebních pomůcek a soudobé didaktické techniky.
H) Portfolio v práci učitele.
I) Vztah teorie a praxe v odborném vzdělávání.
J) Inovace výuky odborných předmětů, začlenění nových poznatků do výuky odborných předmětů.
K) Praktické příklady a náměty to výuky odborných předmětů, příklady dobré a ověřené praxe.
L) Sdílení zkušeností mezi učiteli v odborném vzdělávání (tzv. transdisciplinární didaktika).
M) Žádné výše uvedené téma nepreferuji:
N) Další náměty a témata do výuky oborové didaktiky:

2. *Vyberte, která témata preferujete inovovat nebo rozšířit z absolvovaného kurzu oborové didaktiky:*

A) Oborové didaktiky v systému pedagogických věd, didaktika odborných předmětů a praktického vyučování (vymezení problematiky, vazba na další vědy, vědeckost oborové didaktiky, struktura oborové didaktiky, význam pro učitele).
B) Systém výuky, proces výuky.
C) Motivace žáků.
D) Didaktické zásady, poučky a pravidla ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování, příklady a aplikace.
E) Výukové cíle ve výuce, příklady a aplikace.
F) Obsah výuky v odborném vzdělávání, příklady a aplikace.
G) Výukové metody ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
H) Organizační formy ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
I) Učební pomůcky ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
J) Didaktická technika ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
K) Hodnocení žáků ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
L) Příprava výuky odborných předmětů a praktického vyučování, příklady a aplikace.
M) Výukové materiály, distanční výukové opory, metodické listy, pracovní listy v odborném vzdělávání.
N) Bezpečnost práce a ochrana zdraví ve výuce.
O) Systémy výuky praktického vyučování.
P) Vedení výuky v odborném vzdělávání.
Q) Osobnost učitele v odborném vzdělávání.
R) Kolegiální náslechy ve výuce v odborném vzdělávání (hospitace).
S) Další náměty a témata na inovaci:

3. *Jaké inovované nebo nové výukové materiály do oborové didaktiky odborných předmětů a praktického vyučování preferujete?*

A) Stávající výukové opory mně vyhovují, inovace není nutná.

B) Stávající výukové opory mně vyhovují, inovace není nutná. Uvítám k tomu ale na doplnění nový výukový text (výuková opora) pro potřeby výuky a samostudia oborové didaktiky na základě dříve uvedených námětů.

C) Inovovaná výuková opora (opory) do výuky oborové didaktiky na základě dříve uvedených námětů. Nový výukový text není nutný.

D) Inovovaná výuková opora (opory) do výuky oborové didaktiky na základě dříve uvedených námětů. K tomu nový výukový text (výuková opora) pro potřeby výuky a samostudia oborové didaktiky.

4. *Další připomínky, náměty a podněty na inovaci výuky oborové didaktiky:*

Shrnutí hlavních výzkumných zjištění

V tomto příspěvku analyzujeme a prezentujeme *výsledky výzkumu mezi studenty magisterského studia, oboru učitelství odborných předmětů.* Výsledky výzkumu mezi studenty bakalářského studia oboru učitelství praktického vyučování budeme publikovat v další navazující studii. Analyzovány byly odpovědi od 76 studentů učitelství odborných předmětů na Pedagogické fakultě MU. Dále uvádíme jednotlivé položky a interpretaci získaných údajů.

Analýza faktografických otázek

Výzkumu se zúčastnilo celkem 24 mužů a 52 žen. Z tohoto počtu tvoří největší část respondenti se středoškolským odborným vzděláním v oblasti obchodu a služeb (33 respondentů). Další skupinu tvoří respondenti s technickým vzděláním (19 respondentů). V pořadí třetí skupinou jsou respondenti s ekonomickým vzděláním (12 respondentů). Zbývající počet respondentů má vzdělání zdravotnické (7 respondentů) a bezpečnost a ochrana osob a požární ochrana (5 respondentů). Přehledně vidíme odborné vzdělání respondentů v tabulce č. 1.

Tabulka 1: Odborné vzdělání respondentů

Odborné vzdělání respondentů	Technické	Ekonomické	Obchod a služby	Zdravotnické	Jiné (bezpečnost osob, požární ochrana)
Počet	19	12	33	7	5
%	25	16	43	9	7

Zdroj: Vlastní zpracování

Z pohledu praxe respondentů bylo zjištěno, že celkem 31 respondentů má odbornou praxi v různé délce od 14 dnů po 30 let praxe. Dále bylo zjištěno, že 32 respondentů má pedagogickou praxi na střední odborné škole, a to v různé délce od 2 měsíců do 30 let pedagogické praxe. Celkem 22 respondentů dále uvedlo, že má jak odbornou, tak pedagogickou praxi. Z uvedeného je patrné, že velká část respondentů nepracovalo jako pedagogický pracovník na střední odborné škole. Z dotazů v rámci ústní zkoušky z didaktiky odborných předmětů však bylo zjištěno, že tito lidé mají v plánu jít učit na střední školu, nebo si chtějí rozšířit kvalifikaci a připouští do budoucna možnost, že budou působit ve vzdělávacím sektoru. Tato zjištění jsou pro nás pozitivní.

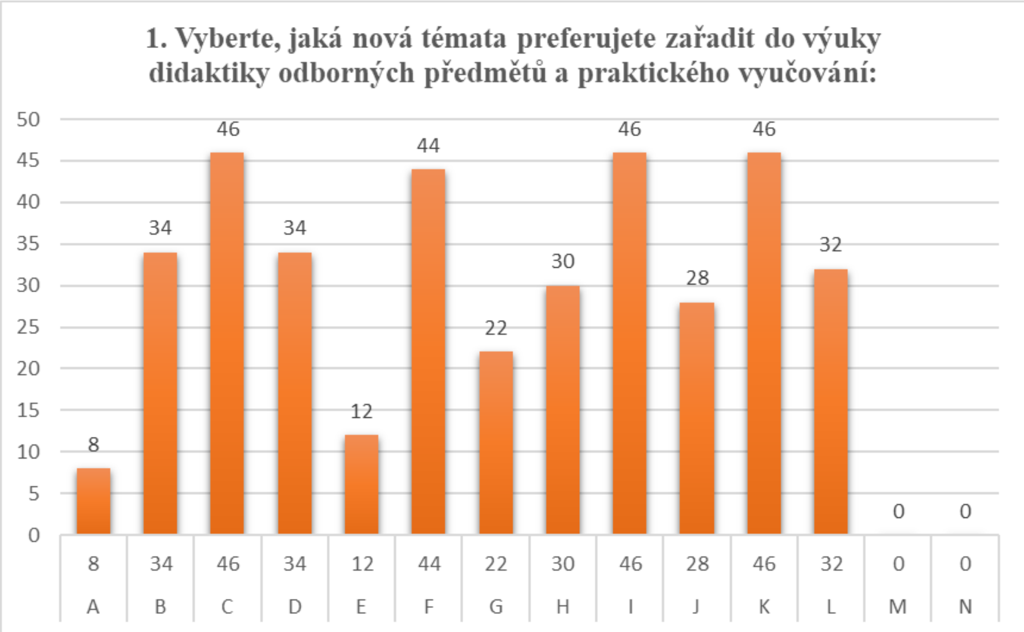
Analýza věcných otázek

1. *Vyberte, jaká nová témata preferujete zařadit do výuky didaktiky odborných předmětů a praktického vyučování:*

A) Problematika 4. průmyslové revoluce a její vliv na odborné vzdělávání.
B) Kvalita ve výuce v odborném vzdělávání.
C) Problematika tvořivosti učitele a žáka, rozvoj tvořivosti žáků a studentů.
D) Problémová výuka v odborném vzdělávání.
E) Badatelsky orientovaná výuka v odborném vzdělávání.
F) Projektová výuka.
G) Problematika učebních pomůcek a soudobé didaktické techniky.
H) Portfolio v práci učitele.
I) Vztah teorie a praxe v odborném vzdělávání.
J) Inovace výuky odborných předmětů, začlenění nových poznatků do výuky odborných předmětů.
K) Praktické příklady a náměty to výuky odborných předmětů, příklady dobré a ověřené praxe.
L) Sdílení zkušeností mezi učiteli v odborném vzdělávání (tzv. transdisciplinární didaktika).
M) Žádné výše uvedené téma nepreferuji:
N) Další náměty a témata do výuky oborové didaktiky:

Dále uvádíme Graf 1., který znázorňuje absolutní četnosti nabídnutých odpovědí na první věcnou otázku. Z odpovědí je zřejmé, že nadpoloviční většina respondentů preferuje zařadit jako samostatná nová témata v rámci variant C., F., I., K. Tyto varianty preferuje tedy celkem 60 % respondentů. Poměrně výrazná část respondentů by uvítala zařazení variant B, D, H, J, L. Celkem 36 %–44 % respondentů. Překvapující je, že respondenti jeví malý zájem o ta témata, která jsou dnes v pedagogické oblasti velice aktuální a diskutovaná (varianty A., E., které zvolilo 10 % a 15 % respondentů). I přesto lze konstatovat, že témata jako kvalita ve vzdělávání, tvořivost, projektová výuka, vztah teorie a praxe a příklady dobré a ověřené praxe jsou vyžadována. Relativně výrazný zájem je i o oblast sdílení zkušeností a tzv. transdisciplinární didaktiku a o portfolio v práci učitele. Malý zájem o problematiku 4. průmyslové revoluce a badatelsky orientované výuky si vysvětlujeme nedostatečnou informovaností studentů o těchto důležitých oblastech.

Graf 1: Nová témata didaktiky odborných předmětů

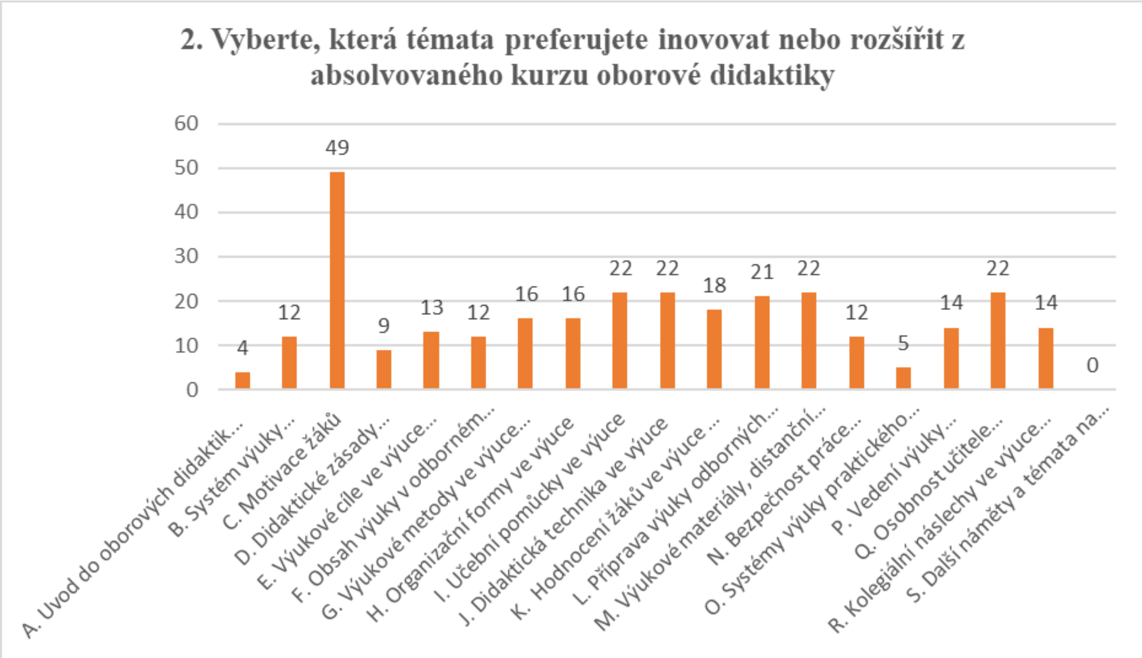


Zdroj: Vlastní zpracování

2. Vyberte, která témata preferujete inovovat nebo rozšířit z absolvovaného kurzu oborové didaktiky:

A) Oborové didaktiky v systému pedagogických věd, didaktika odborných předmětů a praktického vyučování (vymezení problematiky, vazba na další vědy, vědeckost oborové didaktiky, struktura oborové didaktiky, význam pro učitele).
B) Systém výuky, proces výuky.
C) Motivace žáků.
D) Didaktické zásady, poučky a pravidla ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování, příklady a aplikace.
E) Výukové cíle ve výuce, příklady a aplikace.
F) Obsah výuky v odborném vzdělávání, příklady a aplikace.
G) Výukové metody ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
H) Organizační formy ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
I) Učební pomůcky ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
J) Didaktická technika ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
K) Hodnocení žáků ve výuce odborných předmětů a praktického vyučování.
L) Příprava výuky odborných předmětů a praktického vyučování, příklady a aplikace.
M) Výukové materiály, distanční výukové opory, metodické listy, pracovní listy v odborném vzdělávání.
N) Bezpečnost práce a ochrana zdraví ve výuce.
O) Systémy výuky praktického vyučování.
P) Vedení výuky v odborném vzdělávání.
Q) Osobnost učitele v odborném vzdělávání.
R) Kolegiální náslechy ve výuce v odborném vzdělávání (hospitace).
S) Další náměty a témata na inovaci:

Graf 2: Inovace stávajících témat didaktiky odborných předmětů



Zdroj: Vlastní zpracování

Dále uvádíme Graf 2., který znázorňuje absolutní četnosti nabídnutých odpovědí na druhou věcnou otázku.

Data uvedená v Grafu 2. vypovídají, že největší zájem je o inovaci a rozšíření problematiky motivace žáků (varianta C, 64 % respondentů). V dalších možnostech se nejedná o nadpoloviční většinu. Parciální zájem je o inovaci témat souvisejících s technologií výuky v oblasti materiálních výukových prostředků a výukových materiálů (varianty I, J, M zvolilo 29 % respondentů). O procento menší část respondentů má zájem rozšířit a inovovat oblast přípravy výuky odborných předmětů (varianta L, 28 % respondentů). Relativně malý zájem je o inovaci dalších oblastí technologie výuky – výukových metod a organizačních forem výuky (varianty G, H, které zvolilo 21 % respondentů). Stejná část respondentů má zájem rozšířit a inovovat problematiku učitele v odborném vzdělávání (varianta Q). Ostatní témata jsou zastoupena v míře menší jak 20 % (varianty A, B, D, N, O, P, R, S, problematika úvodu do oborových didaktik, systém výuky, didaktické zásady, bezpečnost práce ve výuce, vedení výuky odborných předmětů a další náměty na inovaci výuky oborové didaktiky). Ze zjištění vyplývá, že výrazná většina respondentů je kromě motivace spokojena se všemi vyučovanými tématy didaktiky odborných předmětů.

3. *Jaké inovované nebo nové výukové materiály do oborové didaktiky odborných předmětů a praktického vyučování preferujete:*

A) Stávající výukové opory mně vyhovují, inovace není nutná.

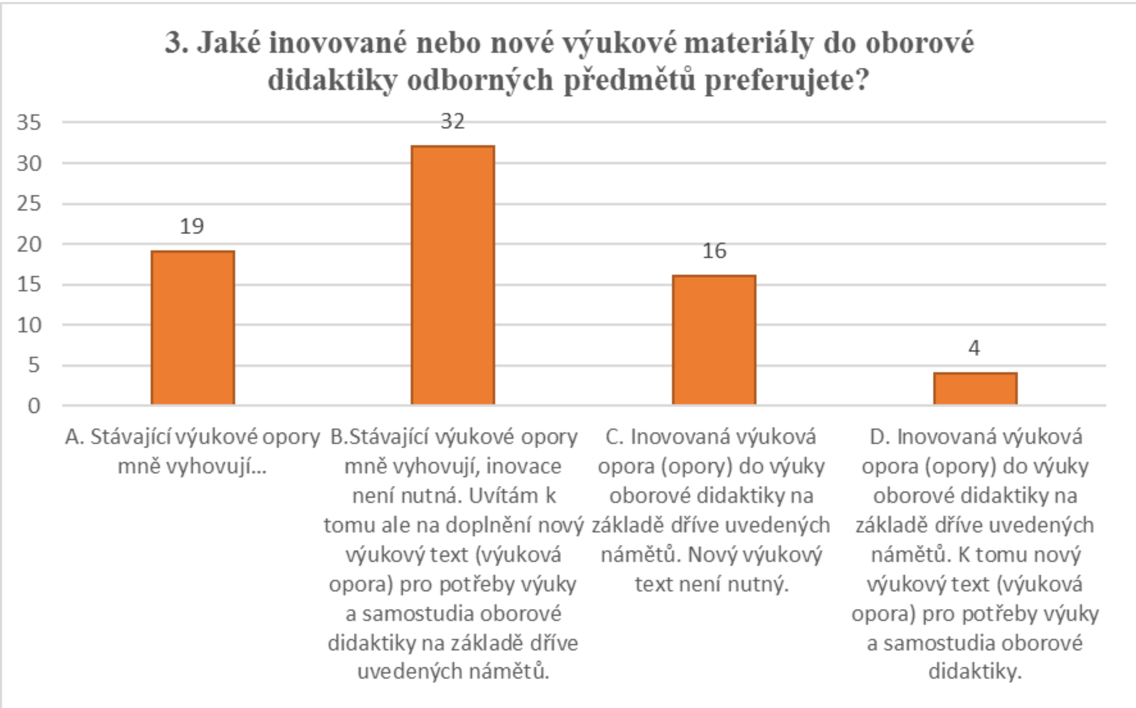
B) Stávající výukové opory mně vyhovují, inovace není nutná. Uvítám k tomu ale na doplnění nový výukový text (výuková opora) pro potřeby výuky a samostudia oborové didaktiky na základě dříve uvedených námětů.

C) Inovovaná výuková opora (opory) do výuky oborové didaktiky na základě dříve uvedených námětů. Nový výukový text není nutný.

D) Inovovaná výuková opora (opory) do výuky oborové didaktiky na základě dříve uvedených námětů. K tomu nový výukový text (výuková opora) pro potřeby výuky a samostudia oborové didaktiky.

Následující Graf 3. uvádí četnosti odpovědí na třetí věcnou otázku, která se vztahuje k inovaci výukových materiálů pro potřeby výuky didaktiky odborných předmětů.

Graf 3: Inovace a tvorba výukových materiálů



Zdroj: Vlastní zpracování

Z výše uvedeného vyplývá, že nevětší část respondentů by uvítala doplnění stávající výukové opory o nový výukový text (varianta B, celkem 42 % respondentů). Čtvrtina respondentů považuje stávající materiály za vyhovující a nepovažují tvorbu nového textu za nutnou (varianta A, celkem 25 % respondentů). Další skupina respondentů považuje za vhodné inovovat stávající výukovou oporu a tvorbu nového textu nepovažují za nutnou (varianta S, celkem 21 % respondentů). Nejmenší část respondentů považuje za vhodné inovovat stávající výukovou oporu a vytvořit nový učební text (varianta D, celkem 5 % respondentů). Z uvedeného lze vyvodit, že je na místě vytvoření nového učebního textu, který reflektuje jak názory respondentů, tak aktuální trendy a témata v oblasti vzdělávání a vyučování. Podrobněji se inovací zabýváme v dalším texu.

4. *Další připomínky, náměty a podněty na inovaci výuky oborové didaktiky:*
K této položce se vyjádřili pouze tři respondenti s ekonomickým vzděláním. Uvedli, že by uvítali více praktických příkladů a příprav výuky v oblasti ekonomických předmětů.

Inovace cílů a obsahu výuky didaktiky odborných předmětů

V rámci *inovace* systému cílů, obsahu a pojetí výuky didaktik odborných předmětů jsme vyšli jednak z analýz relevantních informačních pramenů k problematice vzdělávání a vyučování a dále potom z výsledků realizovaného výzkumu mezi studenty učitelství odborných předmětů. Neméně důležité byly konzultace s odborníky v oblasti odborného vzdělávání.

Oborová didaktika odborných předmětů a praktického vyučování v rámci bakalářského i magisterského studia obsahově i časově navazuje na obecně didaktické disciplíny (obecná pedagogika, obecná didaktika). Studium těchto disciplín předpokládá orientaci v základních oblastech a tématech obecné pedagogiky a obecné didaktiky. I přesto je součásti studia a obsahu částečný překryv s těmito disciplínami a důležitá teoretická východiska jsou opakována a zpracována ve výukových oporách k těmto disciplínám.

Didaktika odborných předmětů je zařazena do vzdělávacího programu bakalářského studia učitelství praktického vyučování do 3. a 4. semestru studia. Vytváří předpoklady a důležité návaznosti pro zvládnutí didaktiky praktického vyučování. Profilovým předmětem studia je didaktika praktického vyučování, která je dotována celkem třemi semestry studia (4., 5., a 6 semestr studia) a je předmětem státní závěrečné zkoušky. Naopak v rámci magisterského studia učitelství odborných předmětů je profilovým předmětem didaktika odborných předmětů, která je zařazena do třech semestrů studia (1., 2., 3. semestr studia) a je předmětem státní závěrečné zkoušky.

Stávající systém výuky didaktiky odborných předmětů na Pedagogické fakultě MU má spíše tradiční strukturu a vychází z koncepce oborových didaktik odborných předmětů, které vznikly v období let 1997- 2013 (Drahovzal et al., 1997, Bajtoš, 1999, Čadílek & Loveček, 2005, Ouroda, 2009, Friedmann & Pecina, 2013). I když v průběhu posledních šesti let proběhla inovace cílů a obsahu této disciplíny v obou studiích, zásadní změny nebyly realizovány. *Cílem výuky* a studia předmětu je osvojení vědomostí a dovedností v oblasti specifik výukového procesu, cílů a obsahu výuky, technologie výuky, plánování výuky a vědomostí v oblasti specifik práce učitele a hospitační činnosti v oblasti výuky odborných předmětů na středních školách (Pecina, 2015). V rámci bakalářského studia byla pozornost zaměřena na následující vybraná *hlavní témata (*Pecina, 2014):

- Úvod do problematiky, didaktika odborných předmětů a praktického vyučování v systému pedagogických věd.
- Systém výuky odborných předmětů, fáze výuky.
- Didaktické zásady, poučky a pravidla ve výuce odborných předmětů.
- Výukové cíle a obsah výuky odborných předmětů.
- Technologie výuky odborných předmětů (výukové metody, formy a prostředky výuky, aktivita žáků ve výuce, učební úlohy).
- Hodnocení žáků ve výuce odborných předmětů.

- Příprava výuky odborných předmětů.
- Osobnost učitele odborných předmětů, hospitace ve výuce.
- Mezipředmětové vztahy ve výuce odborných předmětů.

V rámci *magisterského studia* je diskurz oborové didaktiky rozšířen *o další témata* a některým tématům je věnována větší pozornost. Ve větším rozsahu je pozornost věnována problematice motivace žáků, technologii výuky (výukové metody, organizační formy, učební pomůcky, učební úlohy), přípravě výuky a realizaci výuky odborných předmětů a problematice závěrečných a maturitních zkoušek. Rozšiřující témata reprezentují následující oblasti:

- Distanční výukové opory a e- learning v odborném vzdělávání.
- Vedení výuky odborných předmětů, komunikace ve výuce.

(Pecina, 2015, Pecina, 2016)

Z uvedeného je zřejmé, že je třeba reflektovat a zapracovat důležité trendy a oblasti teorie vzdělávání ve vazbě na specifika výuky v odborném vzdělávání. *Východiskem inovace* jsou inovované a precizované obecné i konkretizované cíle výuky a studia didaktiky odborných předmětů (podrobnosti čtenář najde ve dvou dílech inovované výukové opory pro potřeby výuky tohoto předmětu). Na základě teoretických analýz a výzkumu vzdělávacích potřeb jsme se rozhodli *inovovat a zapracovat do stávající struktury následující oblasti a témata oborové didaktiky:*

- Motivace žáků ve výuce odborných předmětů.
- Kvalita výuky odborných předmětů.
- Interdisciplinární didaktika, využití didaktických kazuistik ve výuce odborných předmětů, rozvíjející hospitace.
- Vliv 4. průmyslové revoluce na odborné vzdělávání, inovace výuky.
- Aktivita žáků, heuristická výuka, badatelsky orientovaná výuka v podmínkách odborného vzdělávání.
- Projektové vyučování.
- Portfolio v práci učitele odborných předmětů.
- Příklady dobré praxe, aplikace a specifika výuky odborných předmětů.

Jak je patrné, výše uvedené oblasti jsou ve stávajícím systému oborové didaktiky zčásti zahrnuty. Je však nutné je zrevidovat, upravit a rozšířit v souladu s trendy, podmínkami a požadavky současné doby v oblasti přípravy učitelů v odborném vzdělávání. Hlavním východiskem pro inovaci oborové didaktiky je *kvalita výuky, pohled transdisciplinární didaktiky* a dopady 4. průmyslové revoluce na odborné vzdělávání (Janík et al., 2016, Slavík et al. 2017, Baráková, 2019). Problémem, se kterým se setkáváme v této oblasti, je zejména *multioborovost.* Didaktika odborných předmětů je širší oborovou didaktikou, která zahrnuje jak technické odborné předměty, tak předměty ekonomické a předměty oborů obchodu a služeb. I přesto existuje určitá linie, která je společná pro všechna specifika výuky těchto oborů a předmětů (výuka nauky o materiálech a surovinách, výuka technologií, strojů a zařízení apod.). Reagujeme také na výzkum a do inovovaných materiálů zapracujeme příklady ověřené praxe z výuky technických i ekonomických oborů a předmětů. Vazbu na předmětové didaktiky a aplikaci oborově didaktických poznatků na výuku konkrétních oborů se snažíme v rámci výuky seminářů z didaktiky odborných předmětů a v rámci tvorby tzv. *samostatných vzdělávacích* *projektů,* které studenti učitelství odborných předmětů připravují v rámci 2. semestru studia a je to samostatný vzdělávací předmět (https://is.muni.cz/predmet/?kod=FC6817 [online]. [cit. 2019 - 04 - 06]). Jeho cílem je vypracovat návrh vzdělávacího projektu do výuky příslušného oboru (předmětu). Může se jednat o zpracování cílů, obsahu a technologie výuky zdůvodněného tématického celku, modulu nebo návrh vzdělávacího kurzu nebo podrobný námět pro školní vzdělávací projekty a činnosti v rámci daného odborného zaměření (Pecina, 2018).

Aktuální informační prameny k problematice didaktiky odborných předmětů

V rámci stávající výuky didaktiky odborných předmětů pracujeme se dvěma díly výukové opory, která je studentům volně k dispozici v informačním systému Masarykovy univerzity (Pecina, 2015, Pecina, 2016). Výuková opora obsahuje obecné i konkrétní výukové cíle předmětu a studia oborové didaktiky, vybranou teorii včetně schémat a obrázků a na konci kapitol otázky a úkoly k procvičení a zapamatování problematiky. V příloze jsou uvedeny příklady reálné praxe (profil absolventa oboru, učební plán, učební osnovy, ukázky písemných příprav na výuku, ukázka didaktického testu). Součástí výukové opory jsou příklady a aplikace z výuky odborných technických předmětů. Struktura a pojetí výukových opor však vychází z tradiční struktury oborových didaktik odborných předmětů, které jsme citovali dříve. Proto je součástí inovace jejich *revize a přepracování*. V posledních deseti letech zaznamenáváme některé zajímavé práce, které lze využít pro potřeby inovace výuky didaktiky odborných předmětů i pro potřeby studia této disciplíny. Ze systematických studií (odborných knih a učebních textů) uvádíme následující:

- Dostál, J., & Kožuchová, M. (2016). *Badatelský přístup v technickém vzdělávání.* Teorie a výzkum. Olomouc: UP
- Honzíková, J., & Sojková, M. (2014). *Tvůrčí technické dovednosti.* Plzeň: JČU
- Hrmo, R. & Krpálková, K. (2010*). Zvyšovanie kvality vyučovacieho procesu*. Bratislava: Slovenská technická univerzita
- Hrmo, R., Škrabánková, J., Kučerka, D., & Kmec, J. (2016). *Kľúčové kompetenie v technických a prírodovedeckých predmetoch.* Wyzsa Szkola Menedzerska w W. Varšava: 1. vydanie. 322 s. Monografia.
- Janík, T. et. al. (2016). *Kvalita (ve) vzdělávání obsahově zaměřený přístup ke zkoumání a zlepšování výuky*. Brno: PdF MU**.**
- Jařabáč, I. (2017). *Kreativita učitele při práci s technickými materiály aneb technické projekty pro pedagogickou praxi.* Ostrava: Montanex a.s.
- Kotrba, T. & Lacina, L. (2011). *Aktivizační metody ve výuce příručka moderního pedagoga* Brno: Barrister & Principal, spol. s r.o.
- Pecina, P. (2017). *Fenomén odborného technického vzdělávání na středních školách.* Brno: MU.
- Slavík, M. & Miller, I. (2012). *Oborová didaktika pro zemědělství, lesnictví a příbuzné obory*. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze
- Slavík, J. et al. (2017). *Transdisciplinární didaktika: o učitelském sdílení znalostí a zvyšování kvality výuky napříč obory.* Brno: Masarykova univerzita.
- Vaňeček, D., et al., (2016). *Didaktika technických odborných předmětů*. Praha: ČVUT.

V rámci inovace výuky a výzkumu v oblasti oborové didaktiky odborných předmětů jsme připravili následující výstupy:

- Pecina, P. (2019). *Vybrané aspekty výuky odborných předmětů a praktického vyučování na středních odborných školách.* Brno: PdF MU (učební text – v recenzním řízení).
- Pecina, P. (2019). *Kvalita výuky a aktivita žáků v odborném technickém vzdělávání (Teorie a výzkum).* Brno: MU (odborná kniha- publikace v recenzním řízení)

Uvedené studie reflektují aktuální témata didaktické teorie a budou doporučenými informačními prameny pro studium didaktiky v odborném vzdělávání. Nově zpracována témata se vztahují ke kvalitě výuky, vlivu 4. průmyslové revoluce na odborné vzdělávání a témata související s učitelskou profesionalizací.

Závěr

Cílem předložené studie bylo seznámit akademickou veřejnost s procesem inovace cílů, obsahu a pojetí výuky didaktiky odborných předmětů v rámci studia učitelství odborných předmětů na středních školách na Pedagogické fakultě MU. Východiskem pro inovaci je prezentovaný teoretický i empirický výzkum (analýza informačních pramenů, výzkum vzdělávacích potřeb studentů učitelství odborných předmětů). Výzkum ukázal, že inovace je nutná a žádaná. Studenti mají zájem o inovaci a rozšíření problematiky motivace žáků, sdílení zkušeností mezi učiteli v rámci odborného vzdělávání, technologie výuky, přípravy výuky odborných předmětů a také o oblast učitelské profese a portfolia učitele. Relativně malý zájem je o zapracování problematiky vlivu 4. průmyslové revoluce na odborné vzdělávání a o problematiku badatelsky orientované výuky. V další práci v této oblasti je pozornost zaměřena zejména na precizaci konkrétních cílů a obsahu výuky a inovaci výukových opor pro potřeby výuky a samostudia předmětu.

Poděkování

Na tomto místě si dovoluji poděkovat studentům magisterského studijního oboru učitelství odborných předmětů na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity, kteří se ochotně zúčastnili výzkumu a poskytly tak důležité výchozí podklady ke zpracování této studie.

Literatura

Bajtoš, J. (1999). *Didaktika technických predmetov.* Žilina: Žilinská Univerzita v Žilině.

Baráková, J. (2019). *Návrh začlenění problematiky Průmysl 4.0 do výuky oboru Nabytkářská a dřevařská výroba.* Bakalářská práce. Brno: Mendelova univerzita v Brně.

Cejnarová, A. (2015). *Pro Evropu je Průmysl 4.0 jedinečnou příležitostí. VISION* [online], *léto 2015.* s. 16-17. [cit. 2016 – 04 – 01]. Dostupné z: http://www.siemens.cz/visions/visions-leto-2015

Čadílek, M., & Loveček, A. (2005) *Didaktika odborných předmětů.* Brno: AKADEMICKÉ NAKLADATELSTVÍ CERM.

Dostál, J., & Kožuchová, M. (2016). *Badatelský přístup v technickém vzdělávání.* Teorie a výzkum. Olomouc: UP
Drahovzal, J., Kilián, O., & Kohoutek, R. (1997). *Didaktika odborných předmětů.* Brno: Paido.
Friedmann, Z., & PECINA, P. *Didaktika odborných předmětů technického charakteru.* Brno: Masarykova univerzita, 2013. ISBN 978-80-210-6300-6.
Honzíková, J., & Sojková, M. (2014). *Tvůrčí technické dovednosti.* Plzeň: JČU
Hrmo, R. & Krpálková, K. (2010*). Zvyšovanie kvality vyučovacieho procesu*. Bratislava: Slovenská technická univerzita
Hrmo, R., Škrabánková, J., Kučerka, D.,& Kmec, J. (2016). *Kľúčové kompetenie v technických a prírodovedeckých predmetoch.* Wyzsa Szkola Menedzerska w W. Varšava: 1. vydanie.
http://bmwi.de/DE/Themen/Industrie/industrie-4-0.html. [cit. 16-01 – 2017]
https://is.muni.cz/predmet/?kod=FC6817 [online]. [cit. 2019 - 04 - 06])
Janík, T. et. al. (2016). *Kvalita (ve) vzdělávání obsahově zaměřený přístup ke zkoumání a zlepšování výuky*. Brno: PdF MU**.**
Jařabáč, I. (2017). *Kreativita učitele při práci s technickými materiály aneb technické projekty pro pedagogickou praxi.* Ostrava: Montanex a.s.
Kotrba, T. & Lacina, L. (2011). *Aktivizační metody ve výuce příručka moderního pedagoga* Brno: Barrister & Principal, spol. s r.o.
Ouroda, S. (2009*). Oborová didaktika.* Brno: MZLU
Pecina, P. (2014). *Didaktika odborných předmětů. Výuková opora.* Brno: Masarykova univerzita.
Pecina, P. (2015). *Didaktika odborných předmětů I. Výuková opora.* Brno Masarykova univerzita.
Pecina, P. (2016). *Didaktika odborných předmětů I. Výuková opora.* Brno Masarykova univerzita.
Pecina, P. (2017). *Fenomén odborného technického vzdělávání na středních školách.* Brno: MU.
Pecina, P. (2019). *Kvalita výuky a aktivita žáků v odborném technickém vzdělávání (Teorie a výzkum)*. Brno: MU (publikace v recenzním řízení)
Slavík, M. & Miller, I. (2012). *Oborová didaktika pro zemědělství, lesnictví a příbuzné obory*. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze
Slavík, J. et al. (2017). *Transdisciplinární didaktika: o učitelském sdílení znalostí a zvyšování kvality výuky napříč obory.* Brno: Masarykova univerzita.
Vaňeček, D., et al., (2016). *Didaktika technických odborných předmětů*. Praha: ČVUT.

Kontakt

Mgr. Pavel Pecina, Ph.D.
Pedagogická fakulta MU, Katedra fyziky, chemie a odborného vzdělávání
Poříčí 7, 603 00 Brno, Česká Republika
ppecina@ped.muni.cz

Ing. Nikola Straková
Pedagogická fakulta MU, Katedra fyziky, chemie a odborného vzdělávání
Poříčí 7, 603 00 Brno, Česká Republika
242690@mail.muni.cz

What connects mirrors and billiards

Čo spája zrkadlo a biliard

Darina STACHOVÁ

Abstract

In order to improve explanation, to increase the clarity of the teaching material, and to stimulate pupils' imagination, we often use examples from the real (physical) world when presenting a new topic. In this paper, we discuss problems that require focusing on using reflected angles in order to be successfully solved.
Who works with reflected angles and where? Most often we encounter them in theoretical disciplines - acoustics, optics, ballistics, criminology, but also in other areas - in sports when describing the movement of an athlete or sports equipment.

Key words

reflection; beam; mirror; billiard ball

Abstrakt

Z dôvodu posilnenia argumentácie, zväčšenia zrozumiteľnosti učebného materiálu a zvýšenia predstavivosti žiakov často siahame pri zoznamovaní sa s učivom po príkladoch z reálneho (fyzikálneho) sveta. V predkladanom príspevku sa preto venujeme úlohám, ktoré sa potrebujú na úspešné vyriešenie sústreďovať na uhol odrazu.
Kto a kde pracuje s uhlom odrazu? Najčastejšie sa s ním stretneme v teoretických disciplínach – akustika, optika, balistika, kriminalistika, ale tiež v neteoretickej oblasti – v športe pri opise pohybu športovca či športového náradia.

Klíčová slova

odraz; lúč; zrkadlo; biliardová guľa

Úvod

Učenie sa v školách na celom svete mení čoraz viditeľnejšie. Dokonca aj učitelia už v tomto procese zohrávajú úplne inú rolu ako kedysi. Ticho na hodinách vystriedali diskusie, bifľovanie nahradili logické skratky, ako učivo pochopiť jednoduchšie a sedenie v laviciach s rukami za chrbtom vymenili mnohí pedagógovia za zábavné učenie sa hrou.

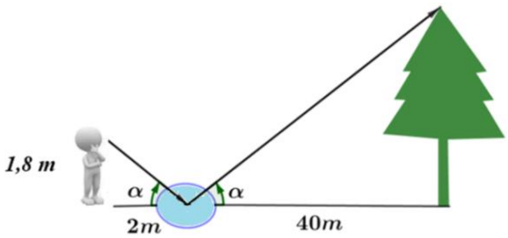
Dnešní učitelia sú postavení pred obzvlášť ťažkú výzvu – ako si získať pozornosť žiakov. Dobrí učitelia sa snažia spoznať deti, ktoré majú vo svojej triede. Reagujú na to, čo ich zaujíma a podporuje ich učenie. Uvedomujú si, že aby deti napredovali, je rozhodujúce vybudovať u nich pozitívny postoj k procesu učenia a prostrediu, v ktorom prebieha.

Aktívni učitelia neustále hľadajú možnosti, ako svoje vyučovanie vylepšiť, aby boli deti prirodzene motivované a chceli vedieť viac, aby sa zvedavosť detí, s ktorou do školy prichádzajú, nevytratila už na prahu dverí prvého ročníka. Jednou z efektívnych metód, ktorú dnes mnohí obľúbení učitelia využívajú pri procese učenia, je **gamifikácia.** *Gamifikácia vo vyučovaní je metóda, ktorá zavádza herné prvky do vzdelávacích aktivít tak, aby boli pre žiakov zábavnejšie a zaujímavejšie. Herné prvky predstavujú* napr. *postup podľa pravidiel hry, zbieranie bodov, získavanie odmeny, súťaženie a predovšetkým motiváciu o dosiahnutie vyššej úrovne, ako sa žiak práve nachádza.* Dobrá hra zároveň vytvára prostredie, ktoré je bohaté na komunikáciu, prináša deťom okamžitý feedback a posilňuje spoluprácu nielen medzi učiteľmi a žiakmi, ale aj medzi žiakmi samotnými.

Takéto hravé prvky často driemu v úlohách z fyzikálneho prostredia. Napríklad pohyb energie alebo telesa v hmotnom prostredí upútava pozornosť okrem športovcov aj fyzikov, či matematikov. Pri pohybe jedného telesa resp. pri šírení energie dochádza ku stretom telesa s inými telesami, resp. teleso či energia naráža na prekážky. Po zrážke sa smer pohybu telesa zmení. Z fyziky je známe, že uhol dopadu je rovnako veľký ako uhol odrazu. Rovnosť týchto uhlov vieme využiť v mnohých rôznych disciplínach. Rovnosť uhla dopadu a uhla odrazu využíva aj geometria pri aplikovaní zhodných a podobných zobrazení na riešenie konštrukčných, či výpočtových úloh. Jednou z nich je napríklad táto motivačná úloha, ktorá zvykne byť riešená už na základnej škole.

Príklad 1:Vrcholec stromu sa zrkadlí v kaluži, ktorá je vzdialená 40 *m*. Dospelý človek stojí od tejto kaluže vo vzdialenosti 2 *m*. Aká je výška *v* tohto stromu? (Obr. 1.)

Obrázok 1: Odraz na vodnej hladine



Zdroj: Vlastný

Riešenie: Obrázok zachytáva 2 pravouhlé trojuholníky so spoločnou odvesnou. Riešenie vedia žiaci rýchlo nájsť použijúc napr. pomer odpovedajúcich si strán.

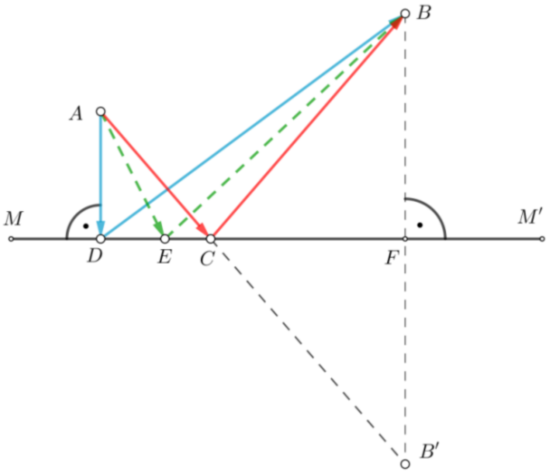
Zrkadlá

Zrkadlenie bolo spomenuté v motivačnom príklade, a tak pri zrkadlách zostaneme. Predmety okolo nás vidíme jednak preto, že sú zdrojom svetla (slnko, žiarovka) alebo, že sa svetlo od nich odráža. Plochy, ktoré dobre odrážajú svetlo, sa nazývajú zrkadlá. Zrkadlá však môžu byť rovinné, ale tiež aj zakrivené, duté alebo vypuklé. Najskôr niekoľko úloh s rovinným zrkadlom.

Príklad 2: Na obrázku 2 sú znázornené body A a B a rovinné zrkadlo ako úsečka MM'. Aká je najkratšia cesta svetla z bodu A do bodu B po odraze v zrkadle?

Riešenie: Pokúsime sa túto otázku rozobrať najskôr teoreticky. Priama vzdialenosť medzi bodmi A a B je najkratšia vzdialenosť. Chceme však, aby sa svetlo od zrkadla odrazilo. Jeden zo spôsobov by bol premiestniť bod A po najkratšej dráhe na zrkadlo a až potom do bodu B, čiže po dráhe ADB. Celý problém, ako nájsť miesto dopadu svetelného lúča na zrkadlo je v tom, aby súčet dvoch vzdialeností medzi danými bodmi a bodom na zrkadle bol najmenší. Inými slovami, treba nájsť taký bod na zrkadle, cez ktorý sa do obrazu bodu v osovej súmernosti dostaneme po najkratšej vzdialenosti. Ak AB' je úsečka prechádzajúca cez bod C, tak uhol BCF sa rovná uhlu $B'CF$, a teda aj uhlu ACM. Preto výrok, že svetlo sa odráža od zrkadla tak, aby túto vzdialenosť prešlo po najkratšej dráhe, je ekvivalentný s výrokom, že uhol odrazu sa rovná uhlu dopadu.

Obrázok 2: Odraz v rovinnom zrkadle

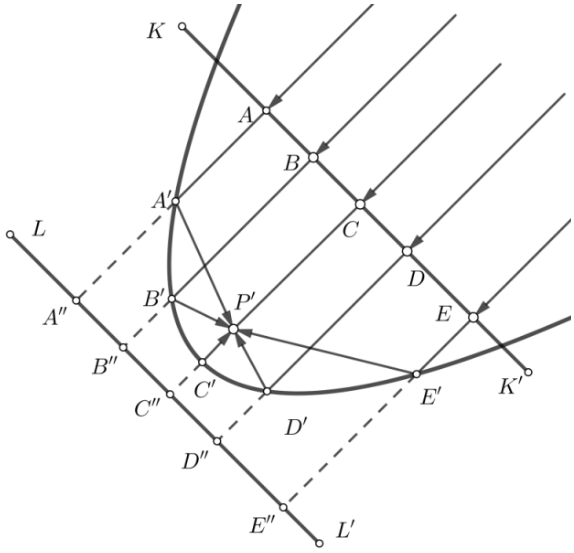


Zdroj: Vlastný

Jedným zo spôsobov, ako dostať svetlo z bodu nejakého P do bodu P' pomocou zariadenia, ktoré mu nestojí v ceste, je použitím rovinného zrkadla. Ak ale zrkadlo nie je rovinné, v tom prípade môže byť duté, či vypuklé.

Aký tvar má mať zrkadlo, aby lúče po odraze od neho pokračovali v ceste do P' (Obr. 3) a dorazili tam za rovnaký čas?

Obrázok 3: Parabolické zrkadlo

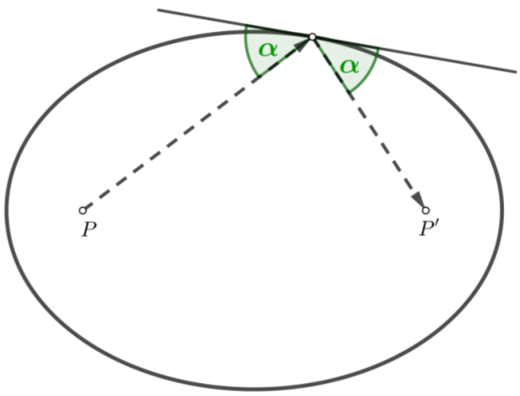


Zdroj: Vlastný

Zase si zoberieme na pomoc geometriu. Treba nájsť takú krivku, pre ktorú súčet vzdialeností $|XX'| + |XP'|$ bude konštantný bez ohľadu na to, kde si zvolíme bod X. Predĺžme priamku XX' až po priamku LL'. Ak nájdeme takú krivku, pre ktorú platí, že $|AA''| = |A'P'|$, $|BB''| = |B'P'|$, $|CC''| = |C'P'|$ atď., tak sme úlohu vyriešili, pretože $|AA'| + |A'P'| = |AA'| + |A'A''|$, čo je konštanta. Hľadaná krivka je teda množina všetkých bodov, ktoré majú od daného bodu P' a priamky LL' rovnakú vzdialenosť. Teda zrkadlo je parabolické.

V ďalšej úvahe chceme nájsť také zrkadlo, aby v jeho vnútri svetelný lúč vyslaný z bodu P vždy prešiel cez bod P' (Obr. 4). To ale znamená, že nech by svetlo letelo z bodu P do bodu P' po akejkoľvek dráhe, všetky časy odpovedajúce rôznym dráham musia byť opäť rovnaké. Ak svetlo bude letieť cez vzduch, čas bude priamoúmerný dráhe. Keďže má byť rovnaký čas pre rôzne dráhy, musia mať dráhy rovnakú dĺžku.

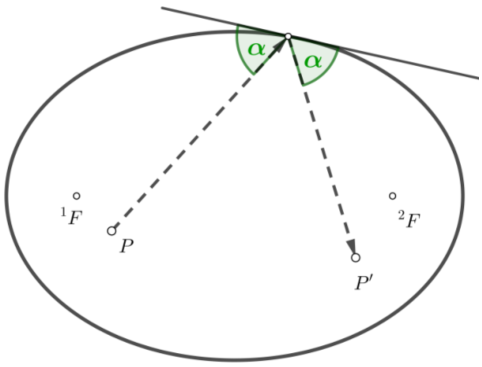
Obrázok 4: Eliptické zrkadlo A



Zdroj: Vlastný

Ak sa bude svetlo odrážať od zrkadla, musí platiť, že súčet vzdialeností bodov P a P' od steny zrkadla musí byť vždy rovnaký. Množina bodov, pre ktorú platí, že súčet vzdialeností od daných dvoch bodov je konštantný, je elipsa. Takže, ak body P a P' sú ohniská elipsy, ktorej tvar má naše zrkadlo, potom svetelný lúč vychádzajúci z jedného ohniska sa po odraze od zrkadla dostane vždy druhého ohniska. Ak ale vyšleme lúč z iného bodu, než boli spomínané body P a P' (${}^1F \neq P$), odrazený lúč neskončí vždy v tom istom bode P' (Obr. 5).

Obrázok 5: Eliptické zrkadlo B



Zdroj: Vlastný

Biliard

Okrem zrkadiel sa s uhlom odrazu zaoberá aj jedna stará, ale v súčasnosti populárna hra – americký biliard, ktorá pravdepodobne pochádza z Číny z obdobia pred naším letopočtom. Biliard v dnešnej podobe sa hrá už najmenej osem storočí. V tom období sa v Anglicku hrával s pomocou zahnutých palíc. Po trávniku sa posúvali gule cez bránku, za ktorou bola iná guľa. Do nej sa hráči museli trafiť a táto druhá guľa potom mala zhodiť kuželku. Odtiaľ tiež pochádza názov hry – *billy* (guľa) a *yard* (dvor, ihrisko). S modernizáciou sa pokračovalo vo Francúzsku. V súčasnosti patrí medzi biliardové hry karambol (stôl bez dier, tri gule), pool (stôl so šiestimi dierami v rohoch, s rozdielnym počtom gulí), snooker a ruský biliard (stôl s dierami v doske, nie v rohoch). Hra je rozšírená po celom svete a vie zaujať všetky generácie. Téma v sebe skrýva výborné možnosti pre skúmanie v oblasti mechaniky aj matematiky. V mechanike sa opisuje pohyb biliardovej gule z fyzikálneho hľadiska – skúma sa trenie aj krivočiare pohyby z dôvodu, že neudrieme smerom na stred gule, ale zvrchu alebo zboku tak, že guľa začne aj rotovať, čiže vytvorí tzv. falš.

Obrázky: 6 Obdĺžnikový stôl **7 Eliptický stôl** **8 Atypický tvar stola**

Zdroj: Beginner *Králová* *Boon*

V „matematickom biliarde“ sa zanedbáva trenie, rozmery gule, valivý odpor, odpor vzduchu a iné fyzikálne vplyvy prostredia. Guľu považujeme za hmotný bod a herná plocha je úplne rovná bez akýchkoľvek prekážok. Nie sú tu prítomné diery. Pri odraze gule od mantinelu sa kinetická energia gule nezmení a zároveň platí, že uhol dopadu sa rovná uhlu odrazu. Ak guľu dobre a silno štuchneme, pohybuje sa po stole, ak nie do nekonečna, tak aspoň tak dlho, ako potrebujeme. Tvar hracej plochy si môžeme zvoliť podľa vlastného uváženia (Obr. 6, 7, 8). Podľa neho rozlišujeme obdĺžnikový, kruhový, Bunimovichov biliard a priestorové biliardy. Dnes sú matematické biliardy zaradené do dynamických systémov a ergodickej teórie.

Téma biliardov sa stala snáď najrozsiahlejšou témou v oblasti záujmovej matematiky. Dá sa prezentovať pre deti od piateho ročníka základnej školy cez stredoškolákov až po vysokoškolákov. Téma biliard pokrýva viacero oblastí geometrie, ale aj teórie čísel a ďalších oblastí matematiky, a to od propedeutiky až po úroveň fixovania a používania už zažitých pojmov. V učebniciach matematiky pre žiakov 8. triedy základnej školy nájdeme nasledovný príklad: *„Máme za úlohu trafiť jednou guľou odrazom od mantinelu druhú guľu.“*

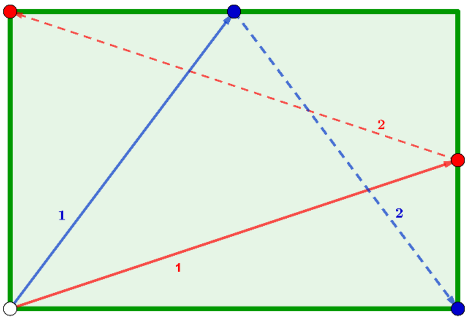
Tému biliard začneme ale opisom pohybu jednej gule po obdĺžnikovom hracom stole. Rozmery biliardového stola nie sú dôležité. Na prvý pohľad sa zdá, že s jednou guľou si veľa zábavy neužijeme. V skutočnosti ide o rozsiahlu časť témy.

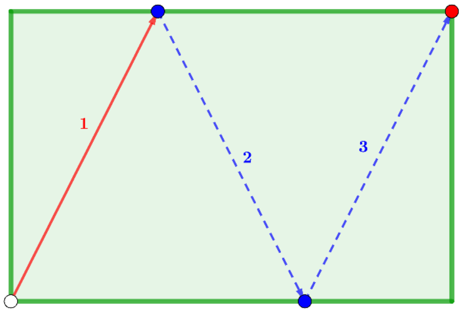
Príklad 3: Biliardový stôl je obdĺžnik a má šírku x a dĺžku y. Štuchneme do gule v ľavom dolnom rohu, následne je guľa odrazená od mantinelu a svoj pohyb ukončí v jednom zo zvyšných troch rohov biliardového stola. V ktorom rohu guľa skončí? Po koľkých odrazoch?

Naznačenie riešenia: Pre začínajúcich všetkých vekových kategórií sa odporúča použitie štvorčekového papiera. Hlavne pre mladších riešiteľov je použitie štvorčekového papiera nutnosťou, ide o dôležitú súčasť témy. V našom prípade nás štvorčekový papier „strategicky“ odbremení od geometricky ťažkej podmienky zhodnosti uhlov a umožní nám prácu a zbieranie skúseností aj bez nej. Keď sa prípadne k problému uhlov vrátime, budeme na jeho riešenie už omnoho lepšie pripravení.

Ak by sme vyšli zo zhodnosti trojuholníkov, ľahko prídeme na riešenia opísané v obrázkoch 9, v ktorých vektor pohybu vyslanej bielej gule je znázornený plnou čiarou a označený číslom 1 a vektor pohybu odrazenej inofarebnej gule je znázornený prerušovanou čiarou a označený číslom 2, atď. Pri hľadaní riešenia uvažujeme rôzne možnosti počtu odrazov od mantinelu. Úloha a jej zadanie má rôzne stupne zovšeobecnenia. Odrazové body mantinelu vieme jednoducho odvodiť delením rozmerov hracieho stola.

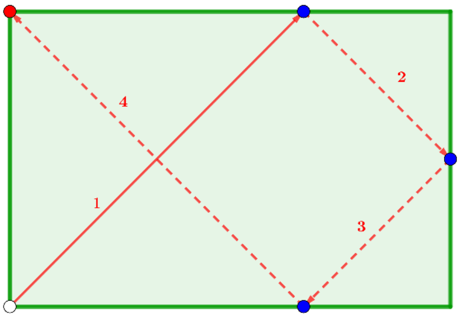
Obrázky: 9A Trajektória s 1 odrazom **9B Trajektória s 2 odrazmi**

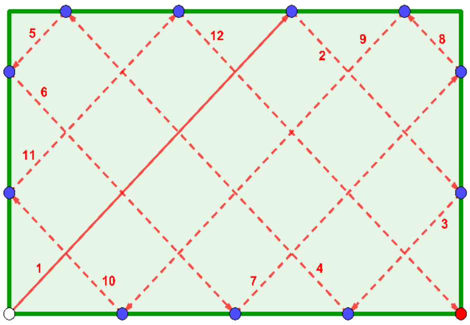




Zdroj: Vlastný

Obrázky: 9C Trajektória s 3 odrazmi **9D Trajektória s 12 odrazmi**





Zdroj: Vlastný

Užitočné môže byť tiež použitie súradnicovej sústavy. Počiatok *O* (0, 0) bude začiatočným bodom pohybu gule a ním prechádzajúce hrany stola budú súradnicové osi karteziánskej súradnicovej sústavy. Ďalšie body biliardového stola, kde sa dráha gule zmení, budú mať súradnice rovné násobku dĺžky strany, šírky biliardového stola.

Návrhy na ďalšie skúmanie:

a) Na biliardovom stole s rozmermi 24 dm a 14 dm alebo s rozmermi 24 dm a 16 dm bude situácia iná. Uvažujte však tú istú východiskovú situáciu (guľa vychádza z ľavého dolného rohu pod uhlom 45°).
b) Skúmajte možnosti pre iné rozmery biliardového stola. Dokážete nájsť všeobecnú zákonitosť? Dokážete vypočítať, v ktorom rohu guľa skončí?
c) Čo sa stane, ak začiatočný bod neleží v rohu alebo na ceste, ktorá vychádza z rohu?
d) Čo sa stane, ak začiatočný bod bude v rohu, ale guľa sa z neho dá do pohybu pod iným uhlom než 45°?

Možnosť využitia matematického biliardu sme našli aj medzi úlohami matematickej olympiády - 48. ročník (1998/1999) pre kategóriu Z7 (http://matematika.webpark.sk)

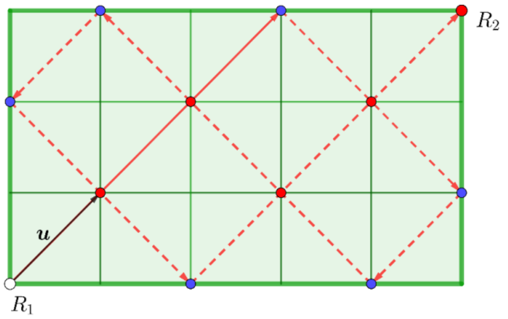
Úloha Z7 – II – 1

Päť násobok šírky biliardového stola sa rovná trojnásobku jeho dĺžky. Hráč vyslal biliardovú guľu pod uhlom 45° z rohu R_1,tak ako je to naznačené na obrázku 10. Kým sa guľa prvý krát odrazila od okraja, prešla dráhu dlhú 168 cm. Koľko metrov meria celá dráha, ktorú guľa prejde od rohu R_1, kým dorazí do rohu R_2? Načrtni dráhu gule.

Riešenie: Z prvej vety získame vzťah medzi šírkou a dĺžkou stola: $5a = 3b$.

Rozdelíme si teda stôl na štvorčeky, ako vidíme v obrázku. Podľa zákona odrazu dráha vedie po uhlopriečkach štvorcov (u), ktorých je 15.Vieme, že $3u$ = 168 cm a z toho vypočítame $15u$.

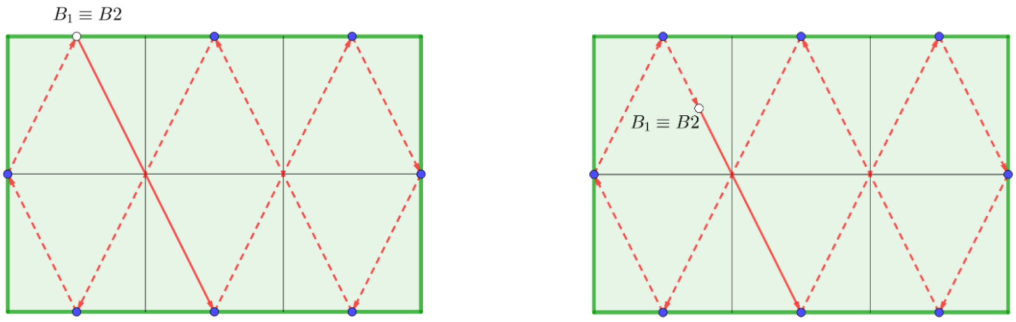
Obrázok 10: Riešenie úlohy Z7 – II – 1



Zdroj: Vlastný

Uvažujme pre zmenu rad úloh, kedy je začiatočný bod R_1 a koncový bod R_2 dráhy gule totožný. Dráha je teda uzavretá a môže sa cyklicky opakovať. Samozrejme prvé, čo nás môže napadnúť, je trajektória v tvare kosoštvorca. Následne uvažujme možnosti, keď guľa začína svoju cestu ľubovoľnom bode mantinelu alebo hracej plochy, akou je napr. situácia z obrázka 11.

Obrázky 11A, 11B :Uzavreté trajektórie



Zdroj: Vlastný

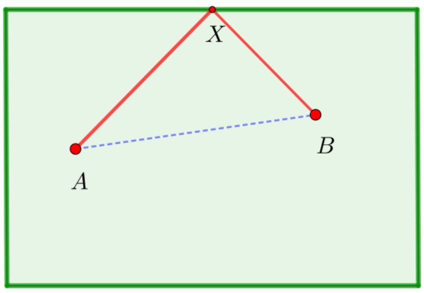
Spomenutá kaskáda úloh nás prirodzene núti znovu otvoriť problém vhodného rozmeru obdĺžnika. Samotná práca so štvorčekovým papierom zas pomáha odstrániť časté problémy s nekorektným kreslením dráhy – od nedodržania pravidla uhlov až po skrúcanie čiary a nedodržanie jej priameho smeru. Navrhnúť správny rozmer pre kreslenie dráhy gule nie je úplne triviálne. Preto pri kreslení postupujeme v určitej postupnosti úloh. Postupne určujeme 1/4, 1/6, 1/8 vodorovnej strany a následne môžeme prejsť k pomerom 2/4, 3/4, 2/6, ...,5/6, 2/8, ..., 7/8, atď.

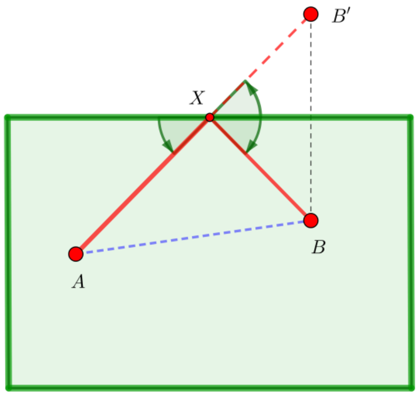
Pusťme sa teraz do novej skupiny úloh, v ktorých chceme trafiť jednou guľou druhú. Samozrejme priamy zásah zodpovedajúci nakresleniu úsečky nie je problémom, a preto pridávame podmienku zásahu po odraze od mantinelu.

Mnohým je známa „školská úloha“ (ZŠ): Janko má koňa, ktorý stojí v bode *A*. Chce sa dostať do bodu *B* (obchod), pričom sa kôň musí napiť z rieky (mantinel). Aká je najkratšia vzdialenosť, ktorú môže Janko s koňom prejsť?(Obr. 12A, B)

Riešenie: Úlohu budeme situovať na obdĺžnikový biliardový stôl. I keď sme zrkadlo na konštrukciu bodu *B′* nepoužili, môžeme bod *B′* nazývať tiež zrkadlový obraz bodu *B*. Teda je zjavné, že pokiaľ v príklade 2 sa môže lúč odraziť od jednej roviny, v prípade biliardu guľa sa môže odraziť od viacerých.

Obrázky: 12A 12B





Zdroj: Vlastný

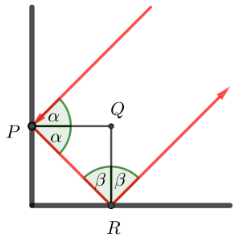
V obrázku 12 máme znázornené riešenie, ak pripúšťame jeden odraz. V ďalšom zadaní budeme pracovať s viacerými zrkadlami. Budeme sa tak zaoberať odrazmi odrazu.

Obrázok 13: Odrazy odrazu

Zdroj: Bday2013

Vyskúšajme teraz triafať guľu druhou guľou potom, ako sa odrazí od každej strany mantinelu. Analogický model sa dá použiť napr. na odraz puku od mantinelu pri hokeji a podobne. Pri tejto príležitosti je vhodné podotknúť, že dráhy gulí prichádzajúcich do rohu a z neho odchádzajúcich sú rovnobežné.

Obrázok 14: Rohový odraz

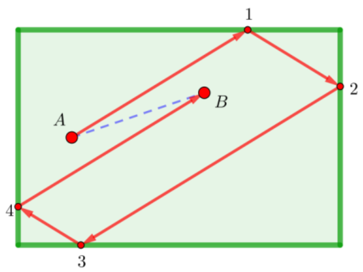


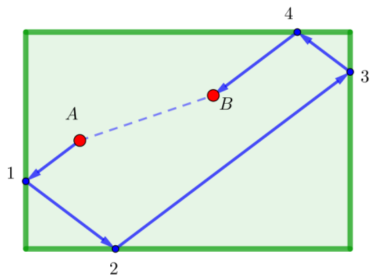
Zdroj: Vlastný

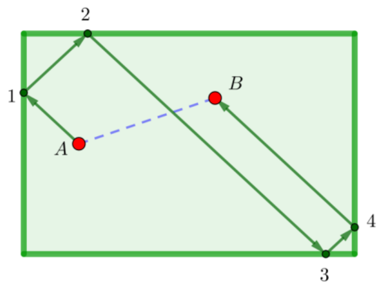
Vysvetlenie: Podľa situácie znázornenej v obrázku 14 guľa prichádza do bodu P pod ľubovoľným uhlom α. Podľa zákona odrazu sa odráža pod tým istým uhlom do bodu R, kde dopadá a odráža sa pod uhlom β. Súčet všetkých uhlov je $2\alpha + 2\beta$. Z pravouhlého trojuholníka PQR vypočítame $\beta = 90^\circ - \alpha$. Po dosadení dostaneme: $2\alpha + 2(90^\circ - \alpha) = 180^\circ$. A z toho vyplýva naše tvrdenie.

Vráťme sa teraz k pohybu gule po hracej ploche za podmienky, že sa odrazí od každej strany mantinelu. Nasledujúce obrázky demonštrujú niekoľko prípustných riešení tejto úlohy.

Obrázky: 15A **15B** **15C**



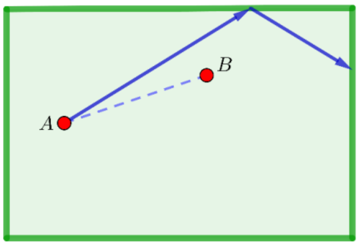




Zdroj: Vlastný

Je zrejmé, že na tvar a dĺžku cesty gule po biliardovom stole má vplyv poradie strán mantinelu, od ktorých sa guľa odráža. Obr. 15A ukazuje geometrickú konštrukciu dráhy červenej gule tak, aby zasiahla druhú červenú guľu s odrazom od štyroch mantinelov v danom poradí, napr.: horná – pravá – dolná – ľavá. Zamyslime sa: "*Je možné zvoliť poradie odrazov ľubovoľne? Existujú pozície gulí, kedy taká dráha neexistuje?*" Napríklad, či je možné vytvoriť dráhu v poradí odrazov: pravá – dolná –horná –ľavá, aby sa guľa vyhla zrážke s druhou guľou ešte pred dokončením svojej dráhy po stole.

Obrázok 16

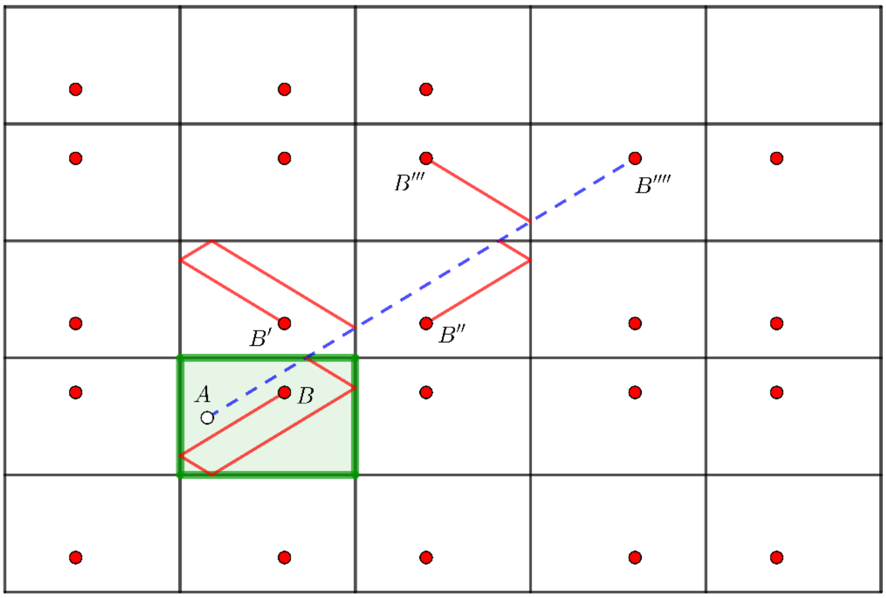


Zdroj: Vlastný

Žiaci môžu také postavenie skúsiť sami nájsť a popísať. Napríklad, v prípade poradia: horná – dolná – ľavá – pravá (Obr. 16), sa po prvom odraze guľa ani nedostane na dolný mantinel, takže predpísanú dráhu zvoleným spôsobom nedokončí.

Ako teda vyhľadávať vhodné trajektórie gule? Vytvoríme si pomôcku. Pôvodnú (zelenú) biliardovú hraciu plochu zobrazíme v osových súmernostiach podľa mantinelov niekoľkokrát, čím vytvoríme sieť rovnakých biliardov. Pričom bod, do ktorého sa chceme dostať, je voči ostatným biliardom zrkadlovo otočený (Obr. 17). Nakreslíme spojnicu AB'''' (bod B'''' štvornásobný obraz bodu B). Spojnica AB'''' musí pretínať strany siete biliardov presne toľkokrát, koľko odrazov chceme zahrať a postupne časti tejto úsečky pomocou osových súmerností prenášame cez hrany biliardov až do nášho pôvodného biliardu. Dostaneme tak trajektóriu, po ktorej musíme guľu poslať s daným počtom odrazov.

Obrázok 17: Viacnásobný biliard



Zdroj: Vlastný

Záver

Takto by sme mohli pokračovať ďalej vo vyhľadávaní pohybových situácií pri riešení zadaných úloh. Je zjavné, že téma je veľmi obsiahla a v článku sú popísané len základy zadanej úlohy. Tému zrkadlo či biliard vieme oceniť na každom školskom stupni, či by sme skúsili pomer dvoch čísel, či zhodnoť alebo podobnosť, či teóriu deterministického chaosu. Na prvý pohľad sa môže zdať, že sa v tejto problematike vyskytuje jen matematika, ale môžeme tu nájsť i náznaky optiky alebo fyziky. V reálnom biliarde sa totiž guľa nechová tak, ako bolo pre zjednodušenie uvedené. Reálny biliard na rozdiel od matematického akceptuje rotáciu gulí.

Je isté, že človek je tvor hravý, a preto rád siaha po počítačových, či stolových, logických, či strategických hrách. Pri hre sa hráme, ale aj učíme. Dôležité sú zážitky z tohto procesu. Sú prevažne príjemné. Tak ich poskytnime svojím žiakom a doprajme im, aby mali učenie sa v príjemnej atmosfére a v pohode, ale hlavne také učenie sa, o ktoré by mali samotní žiaci záujem a vyhľadávali by ho.

Poďakovanie

Táto práca bola podporená grantom Slovenskej grantovej agentúry VEGA číslo 1/0628/18.

Literatúra

Adler, F., Pantlík, J. (*2010). Matematické biliardy*. Dostupné z: http://www.gjgt.sk/digitalna_studovna/matematika/2010/25_mat_biliardy.doc

Bachratý, H. (2004). *Matematika biliardu pre všetkých.* Dostupné z: http://www.p-mat.sk/pytagoras/zbornik2004/003_Biliard_exod.pdf

Ballo, P. *Fyzika*. Dostupné z: http://kf-lin.elf.stuba.sk/~ballo/fyzika/Kapitola19-final.htm.

Dynamic Billiards in ellipse [online], dostupné z: http://demonstrations.wolfram.com/DynamicBilliardsInEllipse/

Hejný, M., Jirotková, D. (1999). *Čtverečkovaný papír jako MOST mezi geometrii a aritmetikou*. Praha. Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta.

Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N. (2004). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky.* Praha. Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta

http://www.kulecniky.eu/kulecnikove-stoly/atypicke-specialni-kulecnikove-stol

Králová, M. *Věda a technika v pozadí. Kulečník.* Dostupné z: https://edu.techmania.cz/cs/veda-v-pozadi/2085

Matematická olympiáda. Dostupné z: http://matematika.webpark.sk

Matematický B-deň 2013. Dostupné z: www.primas.ukf.sk/download/bday/Bday2013_zadanie.pdf

Výroba kulečníku. Dostupné z: https://www.ebillard.cz/vyroba-kulecniku/1050-kulecnikovy-stul-billiard-beginner-wat.html

Kontakt

RNDr. Darina Stachová, PhD.
Katedra technických vied a informatiky, FBI ŽU v Žiline
Univerzitná 1, 010 26 Žilina, Slovenská republika
E-mail: Darina.Stachova@fbi.uniza.sk

Analysis of diploma theses in the field of Secondary School Teacher Training for Specialized Subjects - the first research probe

Analýza diplomových prací v oboru Učitelství odborných předmětů pro střední odborné školy – první výzkumná sonda

Nikola STRAKOVÁ

Abstract

The research probe analyzing a part of the final theses of Secondary School Teacher Training at Masaryk University (Brno, Czech Republic) focuses on the criteria - the theme of the work, the research method. Future teachers of vocational subjects have a diverse focus and this also has an impact on the choice of final thesis topics. The question is, if any topics are repeated more often, and in which thematic groups would it be possible to sort out the final works. Another criterion examined is the research method used to process diploma theses, their diversity and frequency of use. The research probe is carried out on a sample of 193 theses submitted in the period 2014 - 2018.

Key words

final theses; the theme; the research method

Abstrakt

Výzkumná sonda analýzy části závěrečných prací oboru Učitelství odborných předmětů na Masarykově univerzitě (Brno, Česká republika) se zaměřuje na kritéria – téma práce, výzkumná metoda. Budoucí učitelé odborných předmětů mají rozmanité zaměření a to má vliv i na výběr témat závěrečných prací. Otázkou je, jestli se přesto nějaká témata častěji opakují a do jakých tematických skupin by bylo možné závěrečné práce roztřídit. Další zkoumané kritérium je použitá výzkumná metoda při zpracovávání diplomových prací, jejich rozmanitost a četnost použití. Výzkumná sonda je prováděna na vzorku 193 diplomových prací odevzdaných v období roků 2014 –2018.

Klíčová slova

závěrečné práce; téma; výzkumná metoda

Úvod

První výzkumná sonda analyzuje diplomové práce v oboru Učitelství odborných předmětů pro střední odborné školy podle kritérií téma práce a výzkumná metoda.

Zjišťuje, zda se opakují některá témata častěji než jiná. Jak se mění volba témat v průběhu let? Jaké výzkumné metody jsou v tomto oboru aplikované v závěrečných pracích? Zda se liší volba výzkumných metod v jednotlivých tématech závěrečných prací ,nebo vybrané téma nemá vliv na volbu výzkumné metody.

Metodologie

Výzkumná sonda je prováděna za období let 2014 až 2018 na všech diplomových pracích v oboru Učitelství odborných předmětů pro střední školy na Masarykově univerzitě, Pedagogické fakultě, Katedře fyziky, chemie a odborného vzdělávání.

Celkem bylo analyzováno 193 závěrečných prací. Všechny práce jsou volně přístupné veřejnosti v archivu závěrečných prací v informačním systému Masarykovy univerzity.

Témata závěrečných prací byla roztříděna do osmi základních skupin, viz tab. č. 1 níže. V pracích bylo použito šest výzkumných metod: dotazníkové šetření, analýza dokumentů, rozhovor, pozorování, kazuistika, experiment.

Tabulka 1: Skupiny témat závěrečných prací

Název skupiny témat	Příklady témat závěrečných prací
Tvorba výukových materiálů	Např.: vytvoření pracovních listů, pracovních sešitů, zpracování průřezových témat jako jsou životní prostředí, zdravý životní styl, finanční gramotnost, …
Osobnost žáka	Např.: jejich motivace k učení, úroveň znalostí, hygiena ve vyučovacím procesu, psychohygiena, prevence užívání návykových látek, výchovné problémy, …
Didaktické prostředky ve výuce	Např.: Materiální zabezpečení výuky, inovace v didaktické technice, učebních pomůckách, výrobních prostředcích, výukové metody a organizační formy, …
Mimoškolní a další vzdělávání	Např.: volnočasové aktivity, vzdělávání v rámci zaměstnání, …
Ekonomie a management	Např.: spokojenost zákazníků, propagace školy nebo oboru vzdělávání, náborové aktivity školy, uplatnitelnost absolventů na trhu práce, vztahy mezi poptávkou a nabídkou, …
Osobnost učitele	Např.: motivace k povolání ze strany učitele, zkušenosti pedagogů, didaktické a pedagogické znalosti, …
Pedagogické dokumenty	Např.: analýza, porovnání RVP a ŠVP, krajských akčních plánů, inovace profilové složky vzdělávání konkrétního oboru, …
BOZP[1]	Např.: řešení bezpečnosti práce na SOŠ, pracovní úrazy a nemoci z povolání, …

Zdroj: Vlastní zpracování

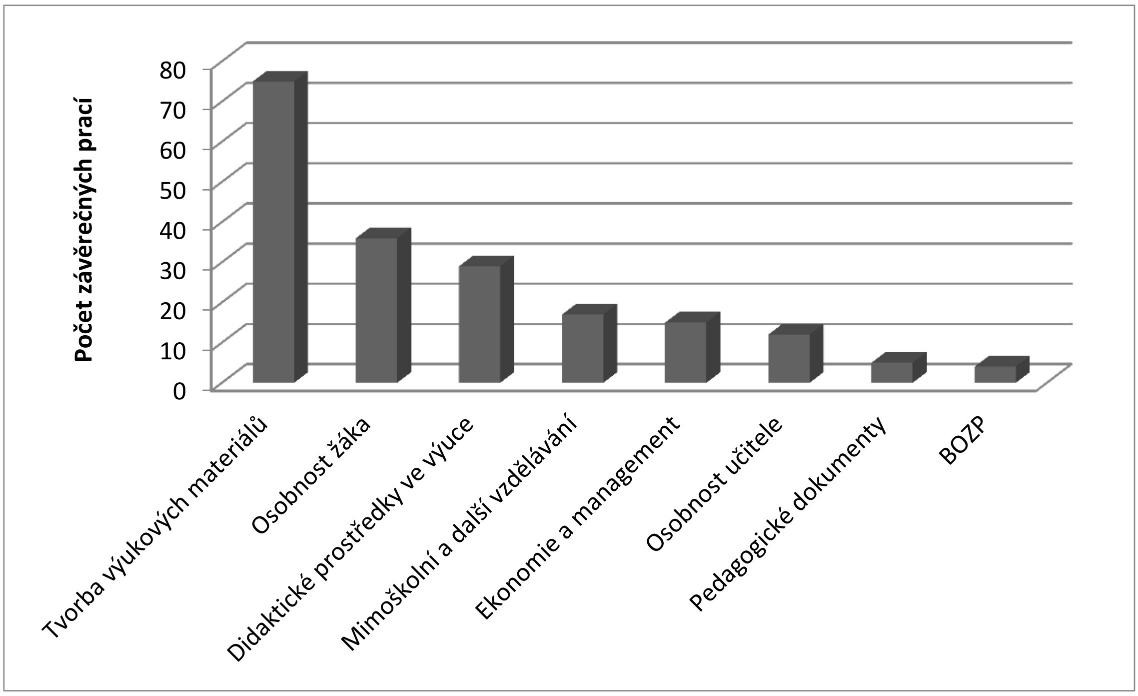
Výsledky výzkumné sondy

Po prostudování všech 193 závěrečných prací byly práce rozděleny do osmi tematických skupin, viz tab. č. 1 výše. Nejčastěji voleným tématem byla v letech 2014 – 2018 Tvorba výukových materiálů. Toto téma si vybralo 39 % (tj. 75) studentů. Na druhé nejčastější téma, Osobnost žáků, psalo závěrečnou práci o polovinu méně studentů než téma první (19 %, tj. 36 studentů). Třetím nejčastějším tématem byly Didaktické prostředky ve výuce, o kterých psalo 15 % (tj. 29) studentů. Dalšími zvolenými tématy byly Mimoškolní a další vzdělávání (9 %, tj. 17 studentů), Ekonomie

[1] Bezpečnost a ochrana zdraví při práci

a management (8 %, tj. 15 studentů), Osobnost učitele (6 %, tj. 12 studentů), Pedagogické dokumenty (3 %, tj. 5 studentů) a Bezpečnost a ochrana zdraví při práci (2 %, tj. 4 studenti). Počty závěrečných prací v tematických skupinách za roky 2014 až 2018 přehledně ukazuje graf č. 1.

Graf 1: Témata závěrečných prací 2014–2018



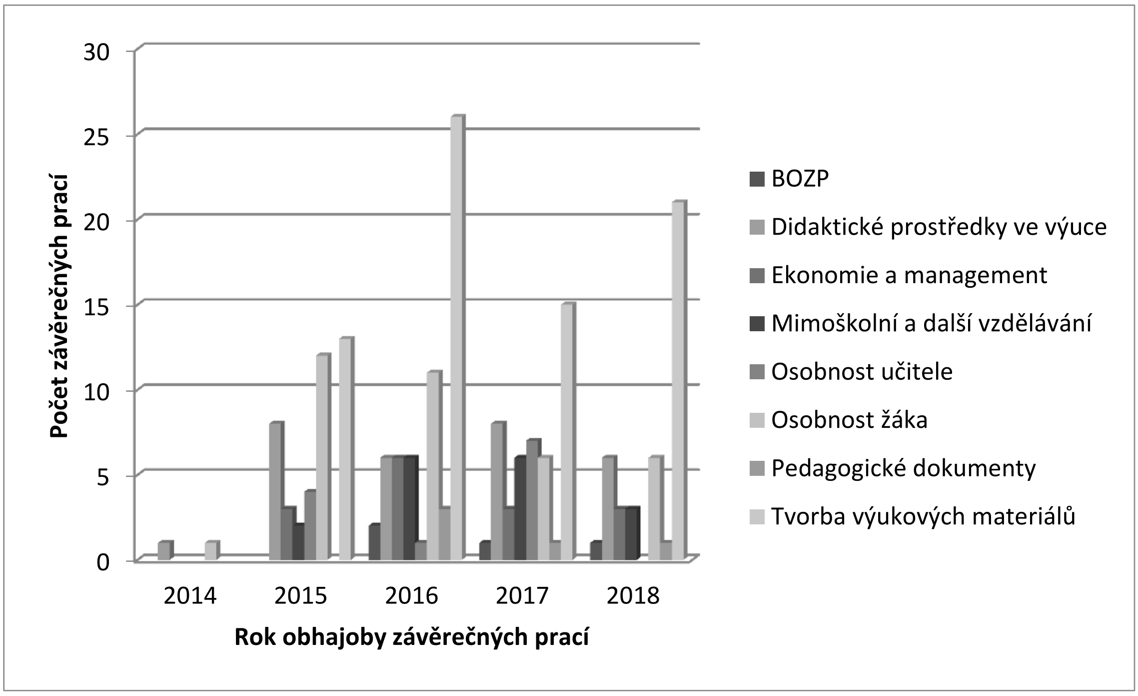
Zdroj: Vlastní zpracování

Graf č. 2 znázorňuje volbu témat závěrečných prací v jednotlivých letech 2014, 2015, 2016, 2017, 2018. Když pomineme rok 2014, ve kterém byl zřejmě obor Učitelství odborných předmětů pro střední školy otevřen, tak ve všech letech dominuje nejčastější téma Tvorba výukových materiálů. V roce 2015 si ho vybralo 31 % (tj. 13) studentů, v roce 2016 43 % (tj. 26) studentů, v roce 2017 32 % (tj. 15) studentů a v roce 2018 dokonce 53 % (tj. 21) studentů daného oboru.

U druhého nejčastěji voleného tématu, Osobnost žáka, je patrný pokles jeho oblíbenosti. V roce 2015 si ho vybralo 29 % (tj. 12) studentů, v roce 2016 už jen 18 % (tj. 11) studentů, v letech 2017, 2018 13 % (tj. 6 a 5) studentů daného oboru.

Třetí nejčastější téma, Didaktické prostředky ve výuce, si v průměru vybírá 15 % (tj. 7) studentů. U výběru tohoto tématu není patrná vzrůstající ani klesající tendence.

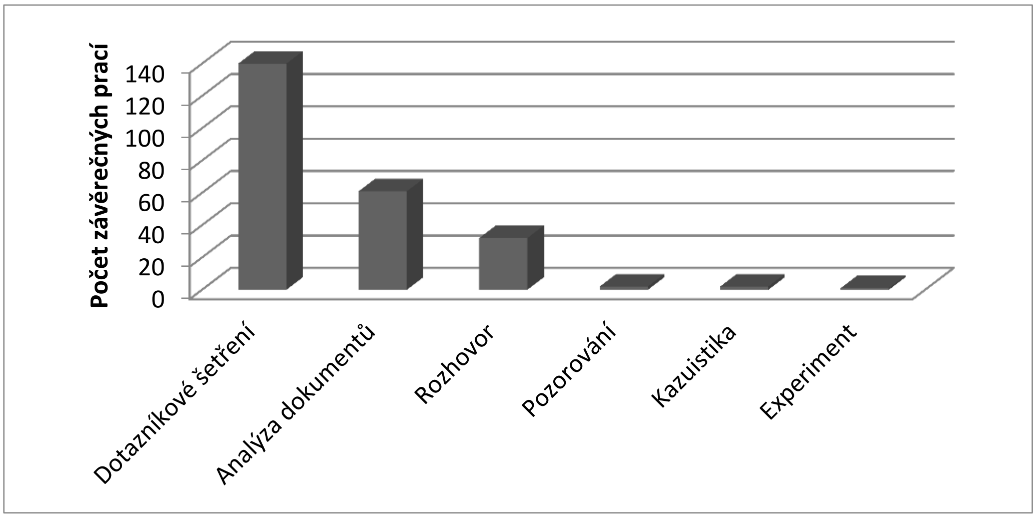
Graf 2: Rozložení závěrečných prací podle témat v letech 2014–2018



Zdroj: Vlastní zpracování

Jaké výzkumné metody studenti ve svých závěrečných pracích použili, znázorňuje graf č. 3. Dotazníkové šetření bylo využito v 73 % (tj. 140) všech závěrečných prací. Častými výzkumnými metodami jsou i analýza dokumentů (v 32 %, tj. 61 závěrečných pracích) a rozhovor (v 17 %, tj. 32 závěrečných pracích). Velmi zřídka jsou používány výzkumné metody pozorování, kazuistika a experiment (v 1 %, tj. ve 2,2 a 1 závěrečné práci).

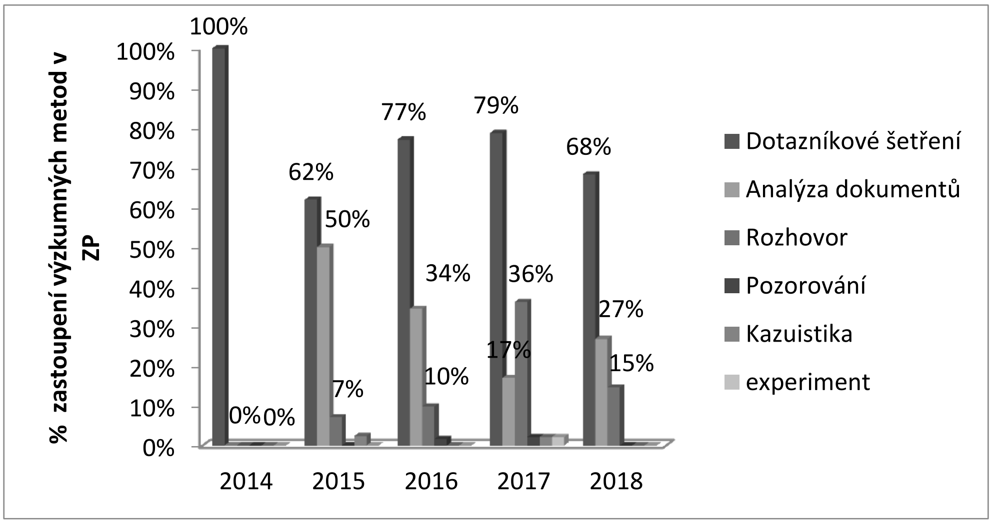
Graf 3: Použité výzkumné metody v závěrečných pracích 2014–2018



Zdroj: Vlastní zpracování

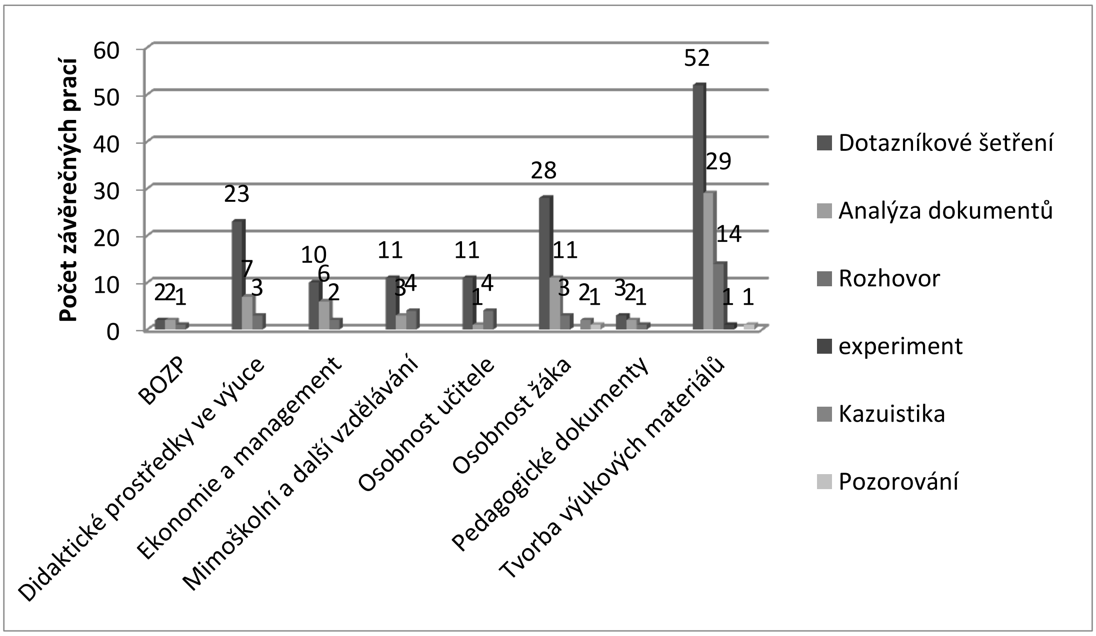
Dominance volby výzkumné metody dotazníkové šetření je zjevná ve všech sledovaných letech a zároveň i ve všech volených tématech, viz graf č. 4 a 5. Pokud porovnáme výzkumné metody analýzu dokumentů a rozhovor, tak pouze s výjimkou roku 2017, byla ve více pracích zvolena výzkumná metoda analýza dokumentů než rozhovor, viz graf č. 4. Co se týče zastoupení těchto dvou výzkumných metod v jednotlivých skupinách témat, tak rozhovor byl oproti analýze dokumentů preferován pouze v případech témat Osobnost učitele a Mimoškolní a další vzdělávání, viz graf. č. 5.

Graf 4: Výzkumné metody v závěrečných pracích v letech 2014–2018



Zdroj: Vlastní zpracování

Graf 5: Zastoupení výzkumných metod v jednotlivých tématech



Zdroj: Vlastní zpracování

Závěr

Z provedené výzkumné sondy vyplývá, že nejoblíbenějším tématem závěrečných prací budoucích učitelů odborných předmětů a praktického výcviku je Tvorba výukových materiálů. U tohoto tématu se dá předpokládat dobrá využitelnost v učitelské praxi. To, jestli jsou vytvořené výukové materiály skutečně využívány v praxi, bude cílem dalšího výzkumu autorky.

V analyzovaných závěrečných pracích jsou nejčastěji zastoupeny metody kvantitativně orientovaného výzkumu. Nejvíce byla použita výzkumná metoda dotazník a analýza dokumentů. Dotazník je nejčastěji používanou výzkumnou metodou obecně. Studentům se často jeví jako snadno sestavitelný. To může být však první riziko, že dotazník sestaven správně není a ikdyž bude správně sestavený, tak druhým rizikem je jeho správné/nesprávné vyhodnocení.

U všech metod realizovaných výzkumů je zásadní jejich schopnost být validní a reliabilní. Jestli je výzkumný nástroj schopný zjišťovat, co má, a ještě s dostatečnou přesností by mělo být zohledněno vedoucími a oponenty závěrečných prací a to v hodnocení metodologie. Hodnocení metodologie se promítá do celkového navrhovaného hodnocení.

Kontakt

Bc. Et Ing. Nikola Straková
Vysoká škola DTI, s. r. o.
Dukelská štvrť 1404/613, SK - 018 41 Dubnica nad Váhom, Slovenská republika
242690@mail.muni.cz

Sudoku in teaching

Sudoku vo vyučovaní

Matej UHER

Abstract

Sudoku is a worldwide phenomenon, which is being solved by many people. This puzzle became famous thanks to its easy rules and a possibility of solving it virtually anywhere, anytime. We also see sudoku as an interesting way to make math teaching more attractive and funnier. In this paper we will look closely at the history of sudoku and the possibilities of online and offline solving. Then we will show its diversity (sudoku variants) and finally we will show the math hidden in this puzzle.

Key words

Sudoku; non-traditional teaching; innovative methods; didactic games

Abstrakt

Sudoku je celosvetový fenomén, ktorému sa venuje veľké množstvo ľudí. Tento hlavolam si ich získal svojimi jednoduchými pravidlami a možnosťou riešenia vždy a všade. Vnímame ho tiež ako skvelý spôsob spestrenia v rámci vyučovania matematiky. V tomto článku vám priblížime históriu hry sudoku, možnosti jeho online aj offline využitia, predstavíme jeho rôzne formy a obmeny (takzvané varianty) a v neposlednom rade aj ukážeme, koľko matematiky sa v ňom skrýva.

Kľúčové slová

Sudoku; netradičné vyučovanie; inovatívne metódy; didaktická hra

Úvod

Sudoku je japonský hlavolam, ktorý riešia ľudia po celom svete. Jedná sa o ľahko pochopiteľnú úlohu, nakoľko má veľmi jednoduché pravidlá. Avšak aj keď je tento hlavolam jednoduchý na pochopenie, každé jedno sudoku je niečím špecifické a odlišné. A aj keď sudoku riešite už dlhodobo, vždy sa vám v ňom podarí nájsť niečo nové, nejaký nový spôsob uvažovania alebo postup riešenia. A práve to je jeho veľká pridaná hodnota. Zároveň sa dá sudoku pomerne ľahko upraviť pridaním nových pravidiel a tak vznikajú sudoku varianty, ktoré znova umožňujú nové stratégie riešenia týchto hlavolamov.

A aj na základe hore uvedeného vnímame, že je vhodné takéto hlavolamy zaraďovať do vyučovania, najmä na hodinách matematiky, nakoľko rozvíjajú kritické myslenie, schopnosť argumentovať, hľadať súvislostí a mnoho ďalších zručností.

Najprv si v skratke priblížime históriu sudoku, ako sa vyvíjalo a kedy uzrelo svetlo sveta prvé sudoku. Následne si predstavíme pár zaujímavých matematických faktov o sudoku. A v neposlednom rade si ukážeme, ako využívať sudoku vo vyučovaní a kde sa dajú nájsť najlepšie sudoku, respektíve, kam nasmerovať žiakov, ak ich tento hlavolam zaujal.

História sudoku

Ak chceme nájsť úplné počiatky sudoku, treba sa vrátiť k iným hlavolamom, ktoré sudoku predchádzali. Pozrime sa teda bližšie na 3 hlavolamy, ktoré sú sudoku podobné a práve z nich postupne sudoku vzniklo. Jedná sa o magické štvorce, latinské štvorce a grécko-latinské štvorce.

Obrázok 1: Magický štvorec rádu 3
Zdroj: wikipedia.sk

	2	7	6	→15
	9	5	1	→15
	4	3	8	→15
15	15	15	15	15

Magický štvorec je hlavolam, ktorý obsahuje v štvorcovej sieti nxn čísla od 1 po n^2, pričom platí, že súčet čísel v riadkoch, stĺpcoch a na hlavných diagonálach je rovnaký. Pod pojmom rád magického štvorca sa rozumie jeho rozmer, teda hodnota n. Príklad magického štvorca rádu 3 si môžete pozrieť na obrázku č. 1. Magické štvorce sa v rôznych kultúrach objavovali pomerne skoro. Prvé magické štvorce pochádzajú okolo roku 2800 p.n.l. z Číny (Grogono, 2019). Od jednotlivých magických štvorcov sa postupne prešlo na predkladanie spôsobu tvorby magických štvorcov, ktoré sú spomenuté v rôznych dielach v rokoch 1000-1250 (Sesiano, 2003 a 2004) . Potom sa začali hľadať špeciálnejšie magické štvorce, ktoré, okrem už spomenutých podmienok, spĺňali ďalšie vlastnosti (obsahovali iba po sebe idúce prvočísla, okrem hlavných diagonál platia aj prerušené diagonály (pozri obrázok č. 2) a podobne).

Obrázok 2: Príklad prerušenej diagonály
Zdroj: vlastný

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Jeden z možných spôsobov tvorby magického štvorca popísal Euler, pričom jeho základ spočíval v tom, že na tvorbu magického štvorca rádu 5 využijeme dva rovnako veľké štvorce rádu 3, z ktorých však jeden bude vyplnený iba znakmi 1, 2, 3, 4 a 5 a druhý iba znakmi 0, 5, 10, 15 a 20, pričom dané znaky sa neopakujú ani v riadkoch a ani stĺpcoch a tieto dva štvorce sa nakoniec sčítajú. Musí však platiť, že vo výsledku každé číslo z jedného štvorca sčítame s pozične rovnakým číslom z druhého štvorca (príklad tohto postupu je na obrázku č. 3). Tento postup je zaujímavý najmä z dôvodu, že redukuje problém vypĺňania mriežky číslami 1 až n^2 iba na potrebu vyplnenia mriežky 1 až n. Také hlavolamy voláme latinské štvorce, príkladom je stredný štvorec v obrázku č. 3 (George a Wallis, 2011).

Obrázok 3: Príklad Euleovej metódy tvorby magického štvorca rádu 5
Zdroj: wikipedia.sk

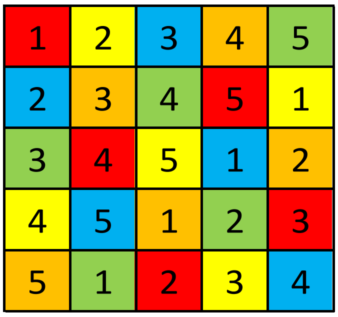
10	0	15	5	20
20	10	0	15	5
5	20	10	0	15
15	5	20	10	0
0	15	5	20	10

1	4	2	5	3
4	2	5	3	1
2	5	3	1	4
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

11	4	17	10	23
24	12	5	18	6
7	25	13	1	19
20	8	21	14	2
3	16	9	22	15

A spojenie dvoch latinských štvorcoch tak, že každá dvojica symbolov sa vo výsledku vyskytuje práve raz, sa volá grécko-latinský štvorec (pozri obrázok č. 4). Tento názov ochádza z toho, že sám Euler pri svojom spôsobe využíval namiesto čísel písmená latinskej abecedy v jednom štvorci a v druhom štvorci využíval grécke písmená.

Obrázok 4: Ggrécko – latinský štvorec rádu 5
Zdroj: vlastný



Samotné latinské štvorce sú zjednodušené magické štvorce a preto sa hľadajú podstatne ľahšie. Na druhej strane grécko-latinské štvorce už nie je ľahké nájsť. Sám Euler sa zaoberal tým, či je možné takéto štvorce vždy skonštruovať. Zistil, že ak $n \geq 3$, nie je schopný pre n = 6 nájsť riešenie. Tento problém bol známy pod názvom problém 36 dôstojníkov. Nakoniec sa ukázalo, že riešenie tohto problému neexistuje, čo je pomerne zaujímavé a to hneď z dvoch dôvodov. Samotné pravidlá sú jednoduché a neurčujú zbytočne veľa podmienok. A druhý fakt je, že ide o jedinú výnimku (pre n = 3, 4 aj 5 grécko-latinské štvorce existujú a potom aj pre všetky n > 6).

A od latinských štvorcov sme už len krok od samotného sudoku. Stačí sa zamerať už len na tie štvorce s rozmerom 9x9 a okrem pravidla o neopakovaní sa číslic v riadkoch a stĺpcoch stačí už len pridať neopakovanie sa číslic v sektoroch 3x3. Ako prvý prišiel s touto myšlienkou Howards Garns, pričom daný hlavolam nazval „number place“ a publikoval ho v časopise Dell Magazines v roku 1979 (Grossman 2013). Neskôr sa toho chopili Japonci a v roku 1984 publikovali svoju úlohu s rovnakými pravidlami, len pod názvom „Sūji wa dokushin ni kagiru“, z ktorého neskôr vzniklo pomenovanie sudoku (Pegg, 2005). A práve Japoncom vďačíme za jeho popularizáciu a propagáciu. Dôležitou vlastnosťou sudoku, na rozdiel od iných hlavolamov, bola však aj dodatočná podmienka, že zadanie musí byť jednoznačne riešiteľné. Teda bez ohľadu na to, kto úlohu vyrieši, vždy bude riešenie rovnaké.

Matematika v sudoku

Samotné sudoku ukrýva v sebe neuveriteľné množstvo matematiky, čo sa na pár nasledujúcich riadkoch pokúsime priblížiť.

Jednou z otázok, ktoré sa môžeme pýtať je, koľko existuje spôsobov vyplnenia sudoku 9x9. Touto otázkou sa zaoberali viacerí autori (Felgenhauer a Jarvis, 2005; QSCGZ 2003), pričom zistili, že všetkých možností je 6 670 903 752 021 072 936 960 (v skratke povedané, je ich približne $6{,}67 * 10^{21}$). Na zistenie tohto čísla obaja využívali výpočtovú techniku, pričom však používali rôzne algoritmy na zjednodušenie výpočtu. Ďalej je však potrebné si uvedomiť, že mnoho týchto sudoku si je „podobných“: napríklad sa dajú na seba previesť rotovaním alebo zámenou čísel a podobnými úpravami. Preto je tiež možné sa pýtať, koľko je základných typov sudoku, teda takých, ktoré sú od seba esenciálne odlišné. Na túto otázku našli odpoveď v roku 2005 Jarvis a Russell, pričom daný počet bol 5 472 730 538 (teda $5, 47 * 10^{9}$).

Ďalej je však zaujímavé sa spýtať, koľko najmenej políčok musí mať sudoku pred vyplnením, aby spĺňalo podmienku o jednoznačnom riešení. Táto otázka bola dlho nezodpovedaná. Podarilo sa ju zodpovedať až v roku 2012, pričom sa zistilo, že každé sudoku, v ktorom je zadaných 16 políčok a menej, je nutne nejednoznačné. Na druhej strane, existujú sudoku, ktoré majú jednoznačné riešenie, pričom zadanie obsahuje iba 17 čísel. Teda odpoveďou, koľko políčok musí mať sudoku minimálne predvyplnených je 17 políčok (McGurie a spol., 2012).

Sudoku a vyučovanie

Samotné sudoku je zaujímavé už len z pohľadu využitia vo vyučovaní. Žiaci sa pri jeho riešení snažia objavovať rôzne stratégie riešenia, ktoré sa následne snažia využívať v iných situáciách, hľadajú súvislosti a objavujú svoje skryté vedomosti a tým rozvíjajú svoje uvažovanie. Ďalej, keď sa žiaci spolu rozprávajú o tom, ako riešia sudoku, podporujeme aj ich schopnosti argumentácie a dokazovania. A to zďaleka nie je všetko.

Tabuľka 1: Varianty sudoku Zdroj: vlastný

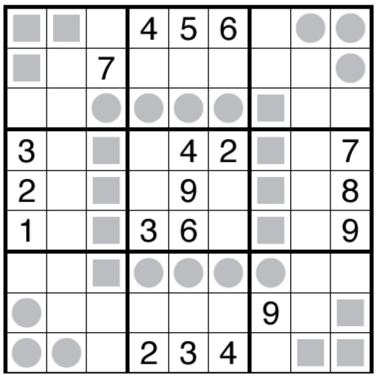
Killer	Väčšie – menšie	Párne – nepárne	Digitálne	Rímske	Palindromické
Žiadny súčet 10	Súsledné	Diagonálne	Disjoint	Písmenkové	Prepojené
Vpiskové	Trio	Žiadny pohyb koňom	Hexa	Extra región	...

Zdroj: vlastný

Ak chceme rozvíjať žiakov ešte viac, stačí im len ponúknuť takzvané varianty sudoku. Jedná sa o sudoku s ďalšími podmienkami, ktoré treba pri riešení sledovať. Zoznam najznámejších variantov nájdete v tabuľke č. 1. Varianty sudoku žiakov ešte viac nútia premýšľať a hľadať nové stratégie riešenia. Zároveň však niektoré varianty môžu slúžiť na spestrenie vyučovania určitých preberaných tém (napríklad väčšie, menšie sudoku, súčtové sudoku a podobne). Zopár príkladov sudoku a jeho variantov nájdete v obrázku č. 5.

Obrázok 5a a 5b: Príklady sudoku a variantu sudoku párne a nepárne sudoku (v krúžkoch môžu byť iba nepárne čísla, v štvorčekoch iba párne)

		9	4		6	7		
		6	5		7	2		
		4	8		2	3		
3	2			6			8	7
6								1
8	9						3	5
	1	2				6	7	
			9	7	1			



Zdroj: a – vlastný, b – gmpuzzles.com

Ako sa však dá sudoku vo vyučovaní naozaj využívať? Okrem samotného sudoku, ktorých sa na internete dá nájsť neúrekom (a niekedy je ťažké si z neho vyberať), je vždy možné si ho prispôsobiť priamo na vyučovaciu hodinu. Pár jednoduchých námetov ponúkame v nasledujúcom texte:

- Testové sudoku: Odpovede na otázky treba zapísať do sudoku a následne ho vyriešiť
- Kombinatorika: Koľkými spôsobmi sa dá vyplniť sudoku 4x4?
- Vytváranie sudoku: Hra pre dvojice. Vytvorte sudoku tak, aby bolo jednoznačne riešiteľné. Následne si ho v dvojici vymeňte. Vyhráva ten, ktorému bude vyriešenie toho druhého sudoku trvať dlhšie.
- Riešenie bez pomôcok: Pri riešení nie je možné používať pomôcky (ani papier, ani pero). Žiaci smú používať iba vlastnú pamäť.

Záver alebo kde čerpať inšpiráciu

Sudoku sa dá riešiť nielen pasívne cez rôzne stránky, ale aj aktívne v rámci rôznych turnajov a súťaží. Najlepšie stránky, ktoré pravidelne ponúkajú sudoku na riešenie sú napríklad české stránky fed-sudoku.eu a cs.sudokucup.com/content/denni-liga. Z tých zahraničných odporúčame najmä gmpuzzles.com/blog, logicmastersindia.com/home/ a gp.worldpuzzle.org. Na spomenutých stránkach nájdete buď pravidelne aktualizované úlohy (takzvané denné alebo týždenné ligy) alebo sa jedná o stránky, ktoré organizujú online turnaje, ktorých sa môžete zúčastniť a porovnať sa aj s ľuďmi z celého sveta.

V Slovenskej a v Českej republike prebiehajú tiež rôzne živé turnaje, ktorých sa dá tiež zúčastniť. V Českej Republike tieto turnaje zastrešujú organizácia/e Halas - Hráčská asociace logických her a sudoku (viac info na sudokualogika.cz) a Český svaz hádankářů a křížovkářů (viac info na cshak.cz), v Slovenskej republike ich zase zastrešuje Slovenský zväz hádankárov a krížovkárov (viac info na szhk.sk).

Použitá literatúra

Felgenhauer B. a Jarvis F. (2005) *Enumerating possible Sudoku grids.* Dostpuné na afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku/sudoku.pdf [Citované 29.6.2019]

George, J. C. a Wallis, W. D. (2011), *Introduction to Combinatorics,* CRC Press, ISBN 978-1-4398-0623-4

Grogono (2019). *A Mini-History of Magic Squares*. Dostupné na www.grogono.com/magic/history.php, [Citované 29.6.2019]

Grossman, Lev (March 11, 2013). The Answer Men. *Time*. New York. Publikované 4.3.2013. Dostupné na content.time.com/time/magazine/article/0,9171,2137423,00.html [Citované 29.6.2019]

Jarvis F. a Russell E. (2006) *Mathematics of Sudoku II.* Dostpuné na afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku/russell_jarvis_spec2.pdf [Citované 29.6.2019]

McGurie a spol., (2012) *There is no 16-Clue Sudoku: Solving the Sudoku Minimum Number of Clues Problem.* Dostupné na https://arxiv.org/pdf/1201.0749.pdf [Citované 29.6.2019]

Pegg, Ed, Jr. (2005). Ed Pegg Jr.'s Math Games: Sudoku Variations. *MAA Online*. The Mathematical Association of America. Dostupné na mathpuzzle.com/MAA/41-Sudoku%20Variations/mathgames_09_05_05.html [Citované 29.6.2019]

Sesiano, J. (2003). Construction of magic squares using the knight's move in Islamic mathematics *Archive for History of Exact Sciences. 58 (1).*
Sesiano, J. (2004). Quelques methodes arabes de construction des carres magiques impairs (some Arabic construction methods of odd magical squares) *Bulletin de la Societe Vaudoise des Sciences Naturelles. 83 (1).*
QSCGZ (2003) *Combinatorial question on 9x9,* dostupné na groups.google.com/forum/#!topic/rec.puzzles/A7pi7S12oFI [Citované 29.6.2019]

Kontakt

Mgr. Matej Uher
KAG FMFI UK
Mlynská dolina F1, 842 48 Bratislava, Slovenská republika
uher.matej@gmail.com

Jmenný seznam autorů

13. mezinárodní vědecká konference Didaktická konference 2019
13th International Scientific Conference Didactic Conference 2019
Sborník příspěvků

Editoři: PhDr. Jan Válek, Ph.D., Ing. Peter Marinič, Ph.D.

Vydala Masarykova univerzita, Žerotínovo nám. 617/9, 601 77 Brno
1., elektronické vydání, 2019

ISBN 978-80-210-9435-2

MUNI
PRESS

MUNI
PED